Résolution de problèmes
Mobiliser les élèves

RÉGION ACADÉMIQUE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques

Dans cet atelier :

Problème de l'entrée dans l'activité.
MOBILISER

CHERCHER (Entrée dans activité)

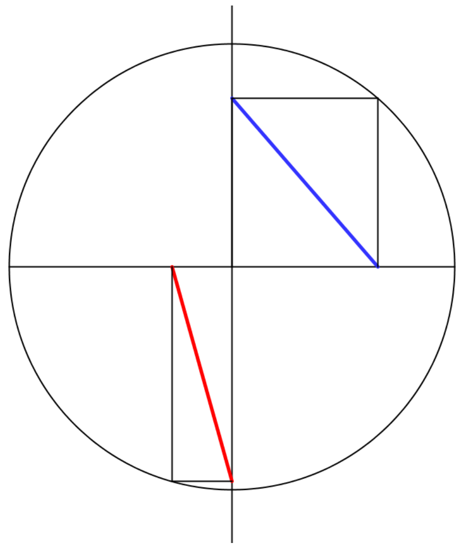
- Des leviers ???

- Et pourquoi faire ?
  (choix de l'activité, objectifs d'apprentissage …)

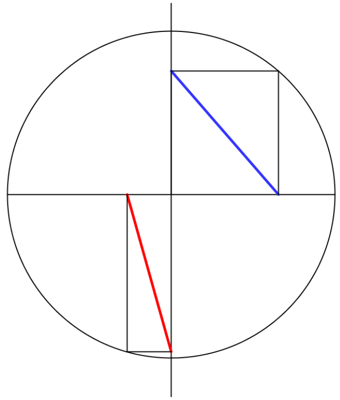
Etude d'activités

l'effet « débat »

<u>Exemples</u> :

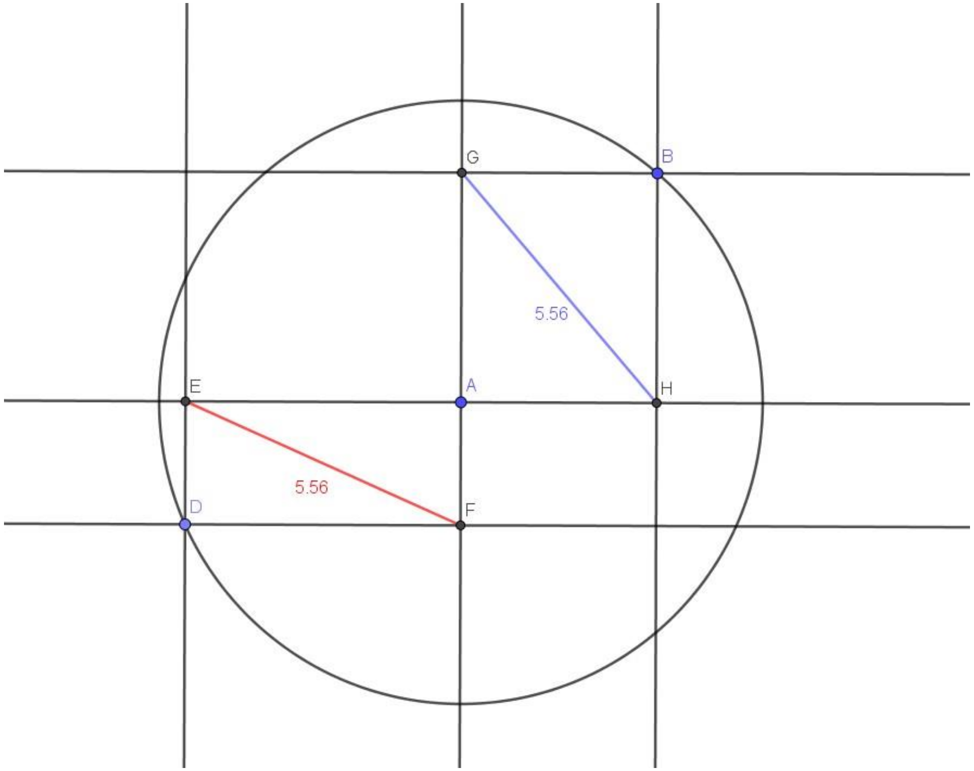


Quel est le segment le plus long,
le bleu ou le rouge ?



Quel est le segment le plus long, le bleu ou le rouge ?

Réponse = objectif ?

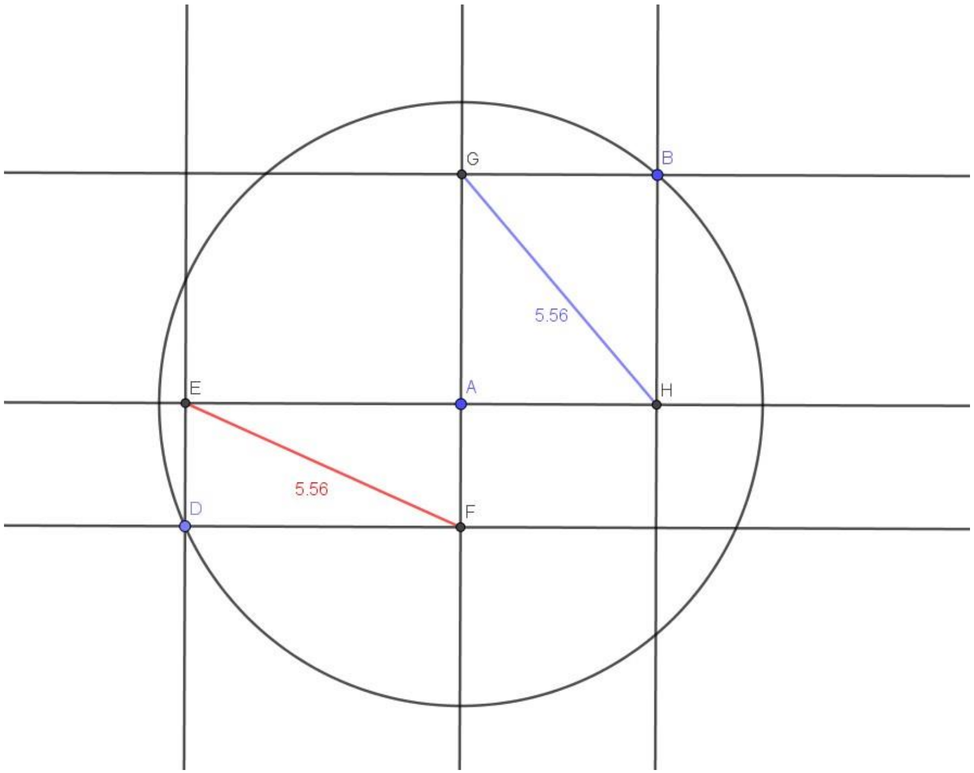


GEOGEBRA :

- Constructions de cercle, de points sur objet, de parallèles, perpendiculaires passant par un point, d'intersections …

- Analyse de figure complexe ;

- Utilisation des propriétés des figures (« construction solide »).



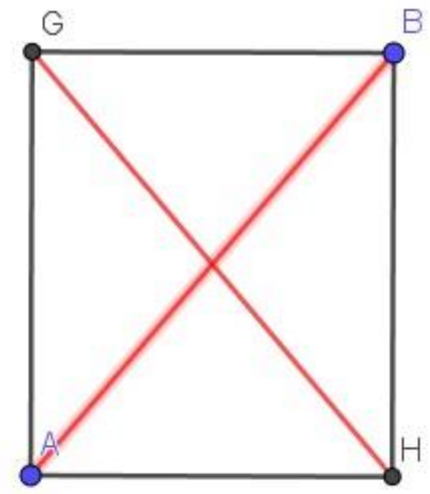
OUTIL NUMERIQUE :

- comme aide à la conjecture ;

- comme étayage au raisonnement (le protocole de construction fait apparaître en premier l’autre diagonale) .

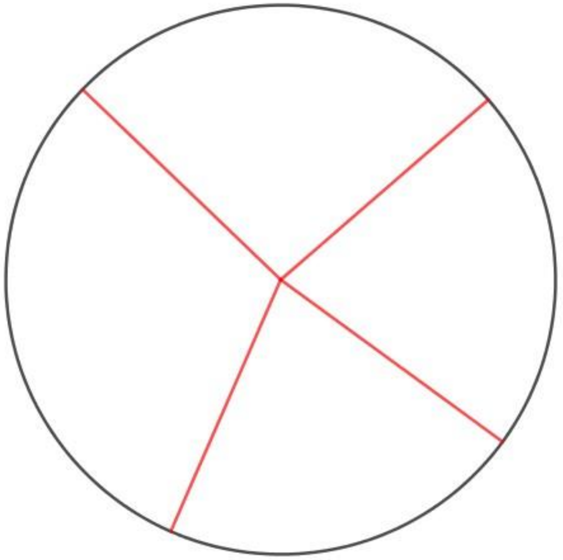
BILAN :

- Les diagonales d'un rectangle ont même longueur ;



connaissances

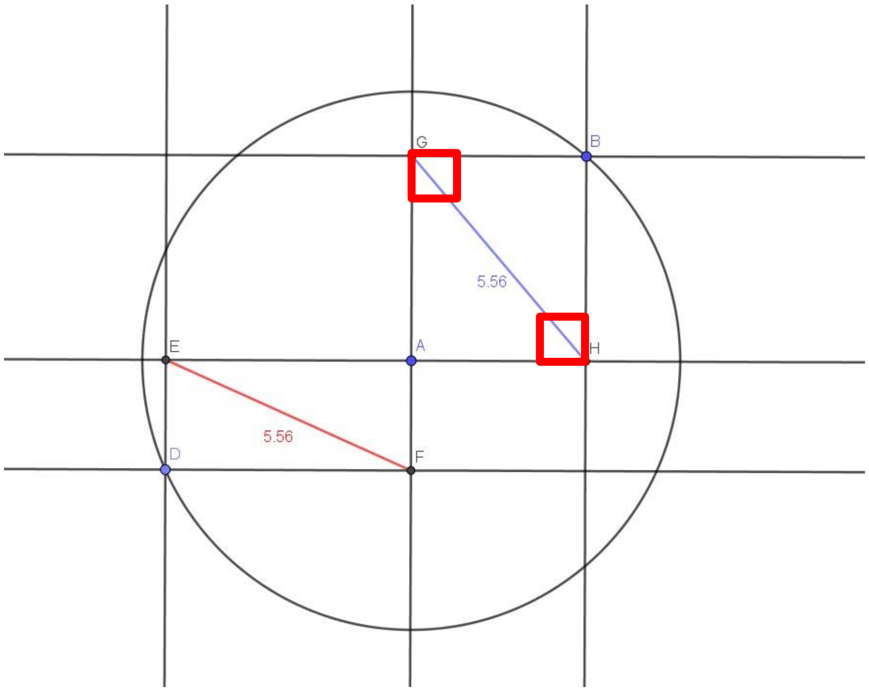
- Un cercle est l'ensemble des points équidistants à un point (le centre).



Pour le résultat …

… mais aussi pendant la phase de recherche :

connaissances

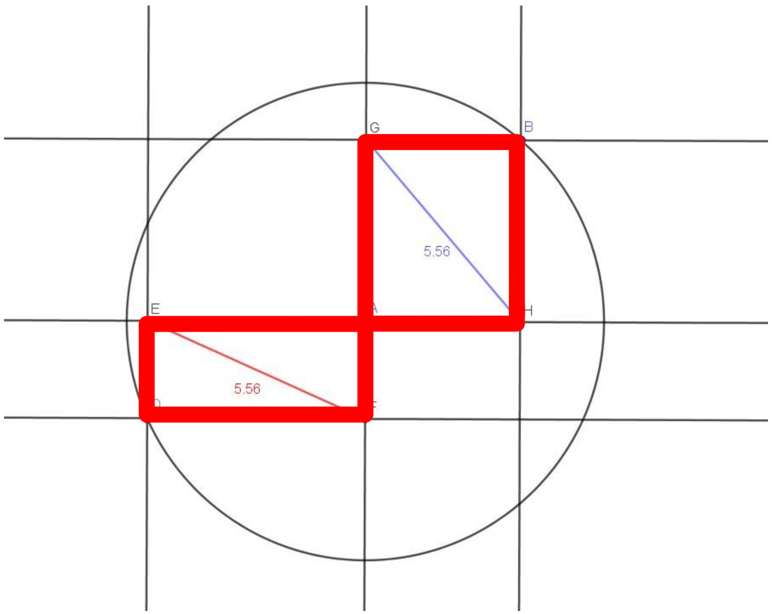


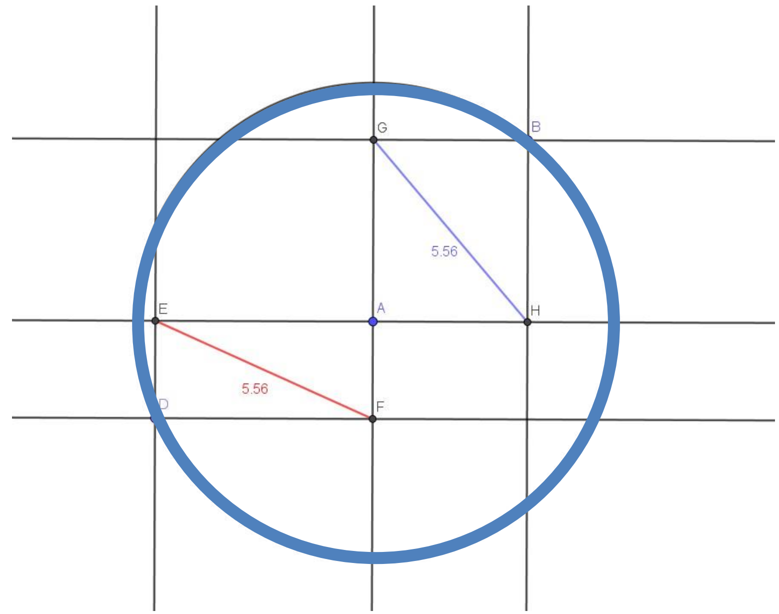
- Le rectangle est le quadrilatère qui possède quatre angles droits ;

MAIS AUSSI :

compétences

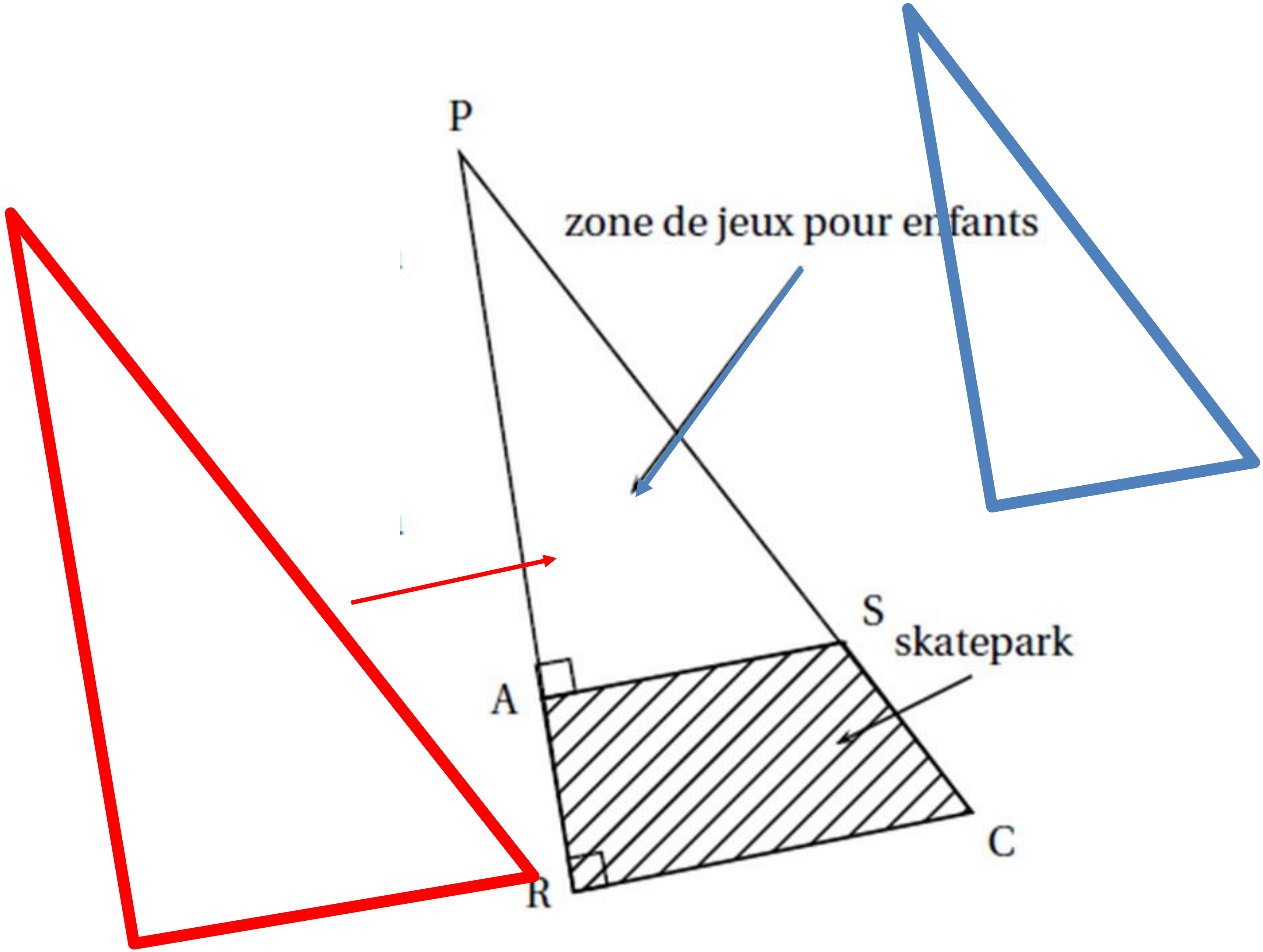
- Décomposer une figure complexe en figures simples ;





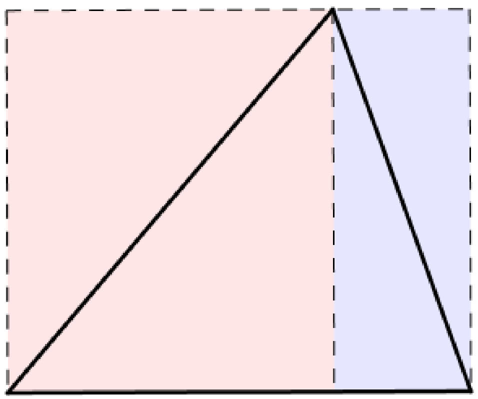
Chercher

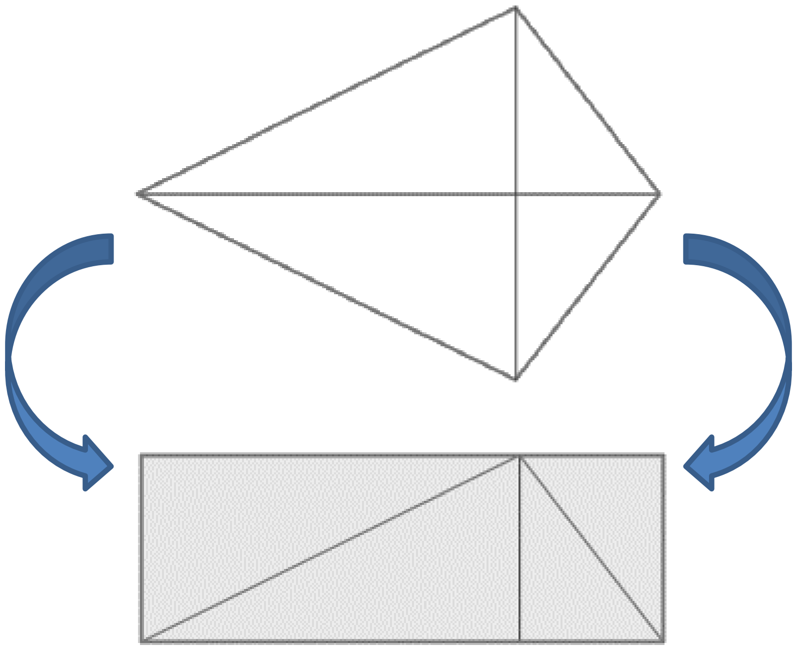
- Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances.
- Décomposer un problème en sous-problèmes.

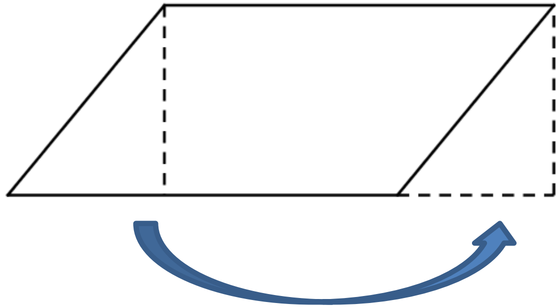


P
zone de jeux pour enfants
S
skatepark
A
C
R

Pour les aires



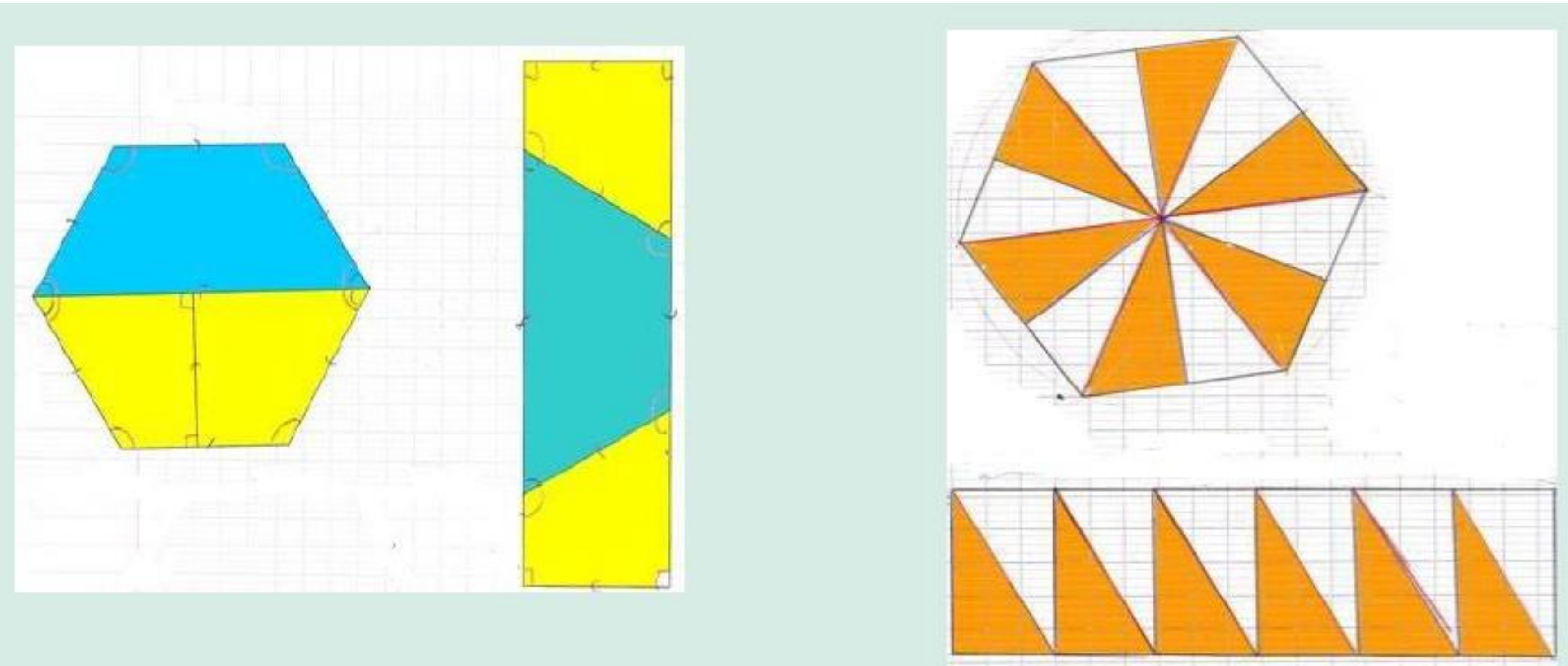




Des techniques et des procédures efficientes, c’est-à-dire que l’on peut réinvestir.

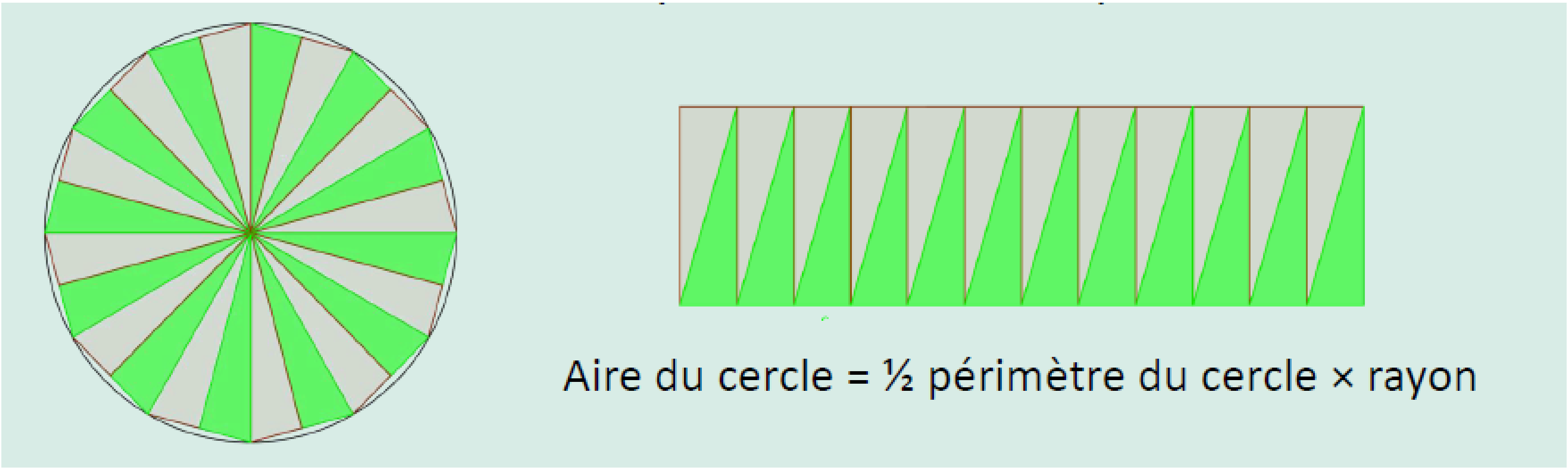
Calcul d’aires ...

De l’hexagone au disque.



Calcul d'aires ...

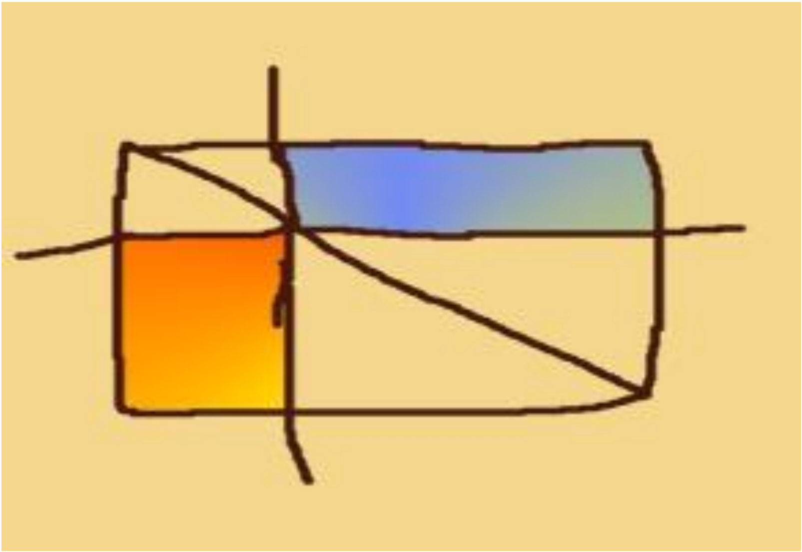
De l'hexagone au disque.



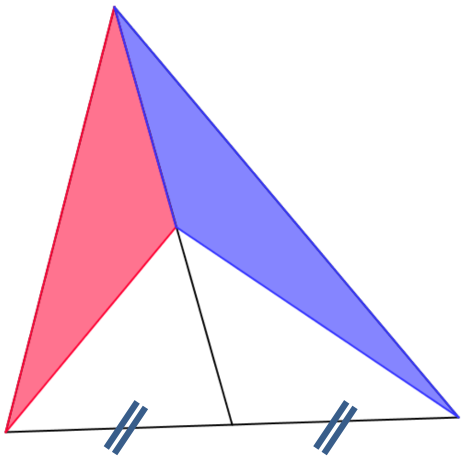
ARCHIMEDE – 3ème siècle avt J.C.

l’effet « débat »

Exemples :



Quel est le rectangle de plus grande aire, le bleu ou l’orange ?



Quel est le triangle de plus grande aire, le bleu ou le rose ?

l’effet « débat »

Lancers de dés

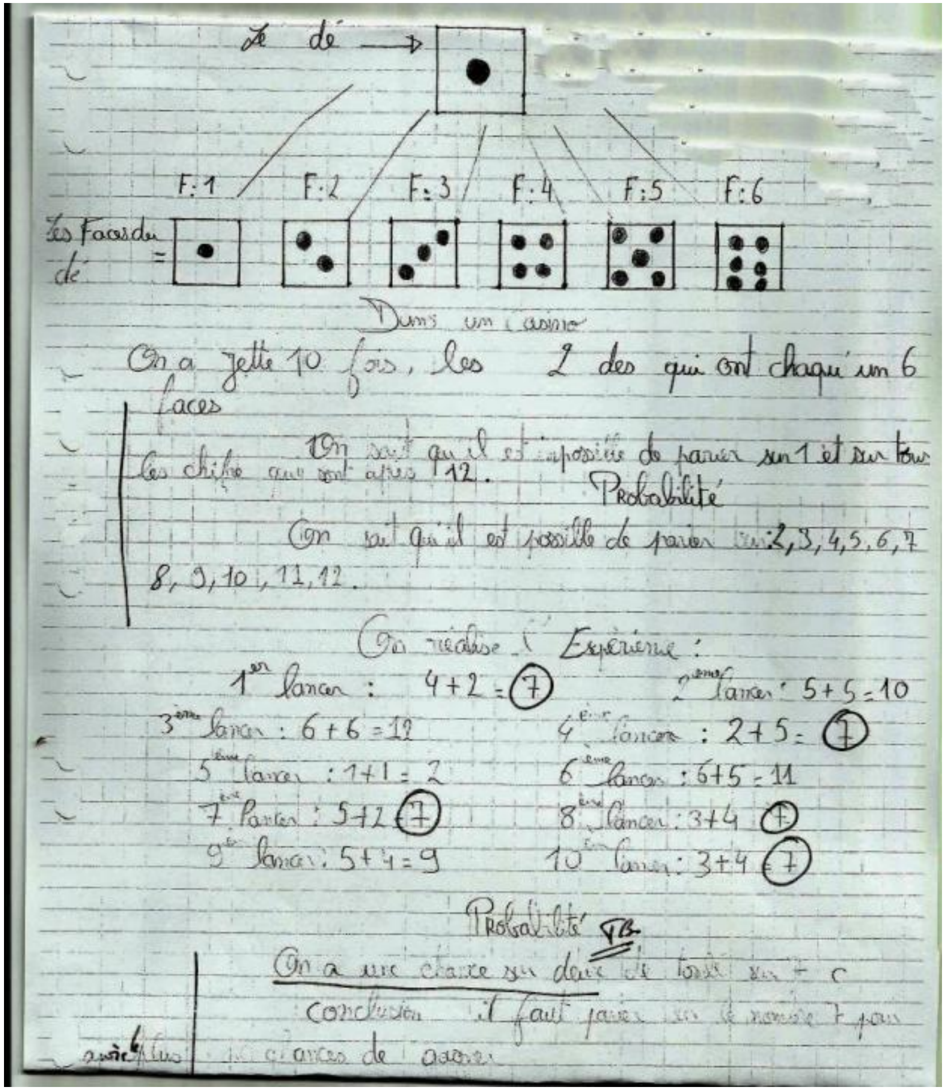
« Si je dois parier sur la somme des points obtenus lorsque je lance deux dés à 6 faces (numérotées de 1 à 6) non truqués, quelle valeur faut-il que j'annonce avant le lancer pour avoir le plus de chance de gagner ? »

Expliquez votre démarche.

Production d’affiche (format A4)

Restitution : débat autour de quelques affiches

Des exemples de solutions élèves :



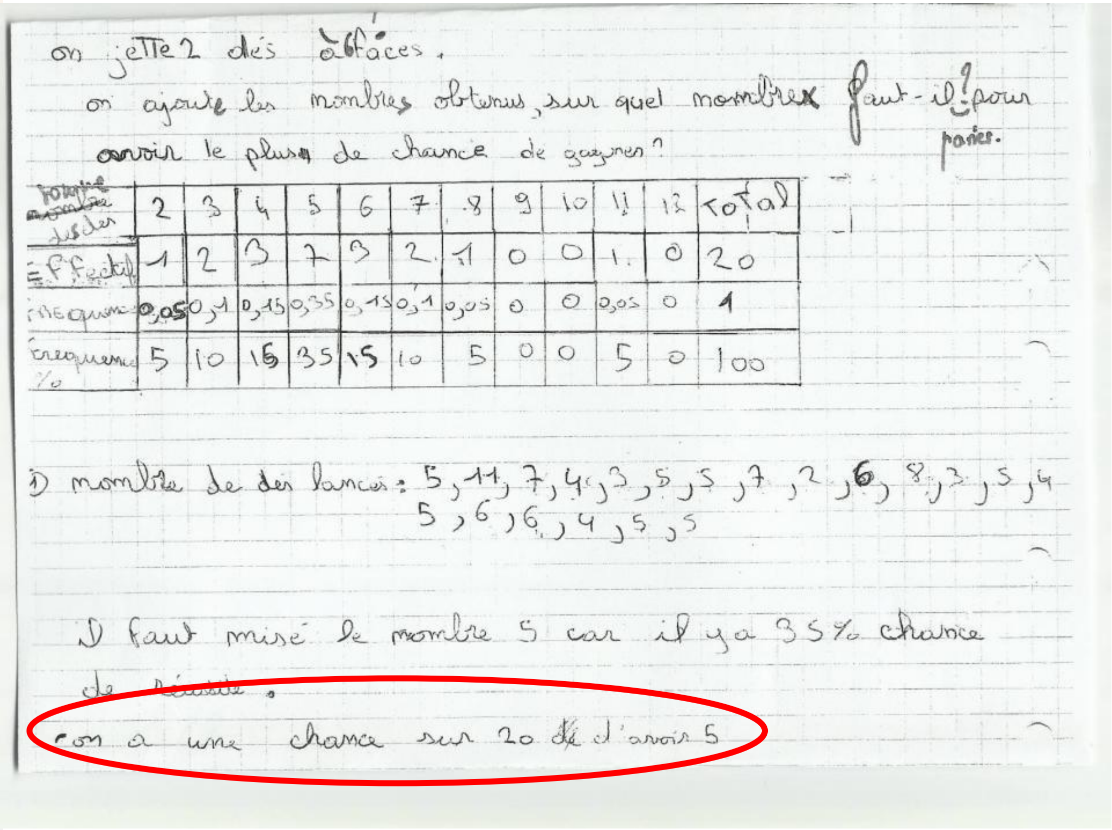
Communiquer : réel souci de communiquer. Paragraphes / étapes, dessins.

Chercher : expérience et problème compris.

Calculer : calcul fréquence bien conduit 5/10 = 1/2 (mais pauvre).

Raisonner : protocole construit, conclusion logique
Problème sur raisonnement / nombre de tirages.

Des exemples de solutions élèves :


on jette 2 dés à 6 faces.
on ajoute les nombres obtenus, sur quel nombre faut-il parier pour avoir le plus de chance de gagner ?

somme des dés	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	total
effectif	1	2	3	7	3	2	1	0	0	1	0	20
fréquence	0,05	0,1	0,15	0,35	0,15	0,1	0,05	0	0	0,05	0	1
fréquence %	5	10	15	35	15	10	5	0	0	5	0	100

1) nombre de dés lancés : 5, 11, 7, 4, 3, 5, 5, 7, 2, 6, 8, 3, 5, 4, 5, 6, 6, 4, 5, 5

Il faut misé le nombre 5 car il y a 35% chance de réussite.

on a une chance sur 20 dé d'avoir 5

Communiquer : communication difficile.

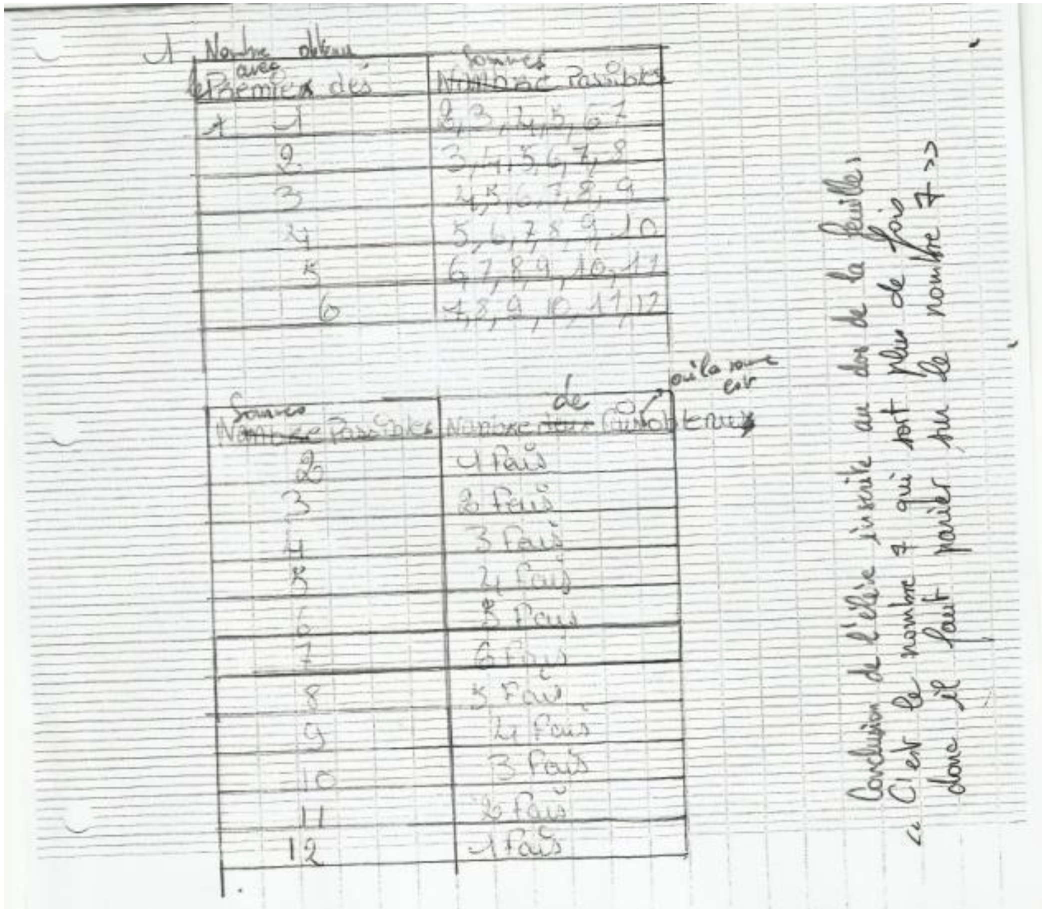
Chercher : expérience et problème compris.

Calculer : calcul fréquences et f en % bien conduits

Raisonner : protocole construit, conclusion logique
Problème sur raisonnement / nombre de tirages.

Veut-il dire : « *sur 20 lancers on a le plus de chance d'avoir 5* » ?
ou % compris mais fréquence / probabilité non ?

Des exemples de solutions élèves :



1 Nombre obtenu avec le premier dés	Sommes Nombres Possibles
1	2,3,4,5,6,7
2	3,4,5,6,7,8
3	4,5,6,7,8,9
4	5,6,7,8,9,10
5	6,7,8,9,10,11
6	7,8,9,10,11,12

Sommes Nombres Possibles	Nombre de fois où la somme est obtenue
2	1 fois
3	2 fois
4	3 fois
5	4 fois
6	5 fois
7	6 fois
8	5 fois
9	4 fois
10	3 fois
11	2 fois
12	1 fois

Conclusion de l'élève inscrite au dos de la feuille :
« C'est le nombre 7 qui sort plus de fois donc il faut parier sur le nombre 7 »

Communiquer : communication minimale à sa propre intention plutôt qu'à celle des autres.

Chercher : expérience et problème compris.

Calculer : calculs réduits à la notion d'effectif.

Raisonner : situation bien analysée, protocole construit, volonté de démontrer.

Exploitation : approche fréquentiste des probabilités

Document ressource – Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

L'approche se fait d'abord à partir de situations familières aux élèves et relevant de l'équiprobabilité puis, à partir de la classe de quatrième, de **manière fréquentiste** (observation de la stabilisation des fréquences) pour disposer d'autres modèles.

eduscol.education.fr/ressources-2016

Effet « casse tête »

<u>Exemple</u> :

Compléter les égalités :

$$3 \times \ldots + 7 \times \ldots = 16$$

$$3 \times \ldots + 6 \times \ldots = 28$$

Compléter : $3 \times \ \ldots + 7 \times \ \ldots = 16$

$$3 \times \ \ldots + 6 \times \ \ldots = 28$$

Par …
des entiers naturels,
des entiers relatifs,
des rationnels ?

Entiers naturels :

$$3 \times \ \dots + 7 \times \ \dots = 16$$

Calcul mental

$$3 \times \ \dots + 6 \times \ \dots = 28$$

Raisonnement :

La somme de deux multiples de 3 est un multiple de 3

Attendus de fin de cycle 4

Rationnels :

Point de vigilance : motivation

$$3 \times \frac{28}{3} + 6 \times 0 = 28$$

Définition de $\frac{a}{b}$

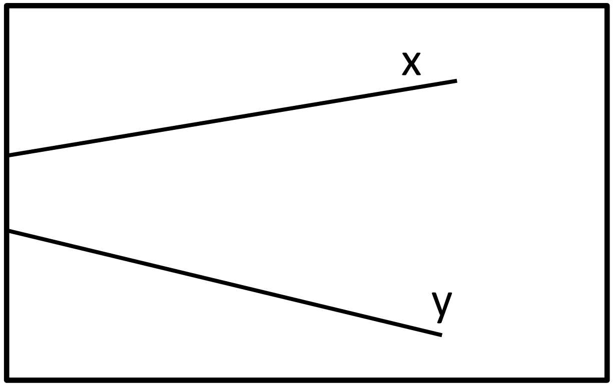
Fin du problème

Avantage de l'écriture fractionnaire

Équation $a \times x = b$

Effet « casse tête »

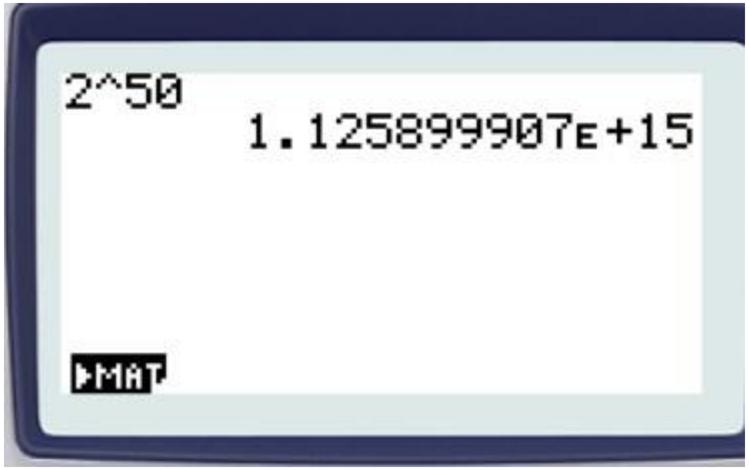
Exemples :



Ces deux droites sont sécantes en A. Pouvez-vous déterminer une mesure de l'angle $\widehat{xAy}$ sans prolonger les droites hors du cadre ?

Effet « casse tête »

Quel est le chiffre des unités de 2^{50} ?



Activité 6

Quel est le chiffre des unités de 2^{50} ?

Énoncé du type « question flash »,
mais travail de type « activité à prise d'initiative »

CONSIGNES :

Analyser les trois productions d'élève fournies, au regard des compétences :

- Chercher,
- Raisonner,
- Communiquer.

Des exemples de solutions élèves :

III/ Pour que le calcul soit plus simple, ~~je~~ fais :

$$
\begin{array}{r}
2^{25} \times 2^{25} = 33554432 \\
\times\ 33554432 \\
\hline
\ldots\ldots 4 \\
\ldots\ldots 0 \\
\ldots\ldots 00
\end{array}
$$

2^{50} se fini par 4

Des exemples de solutions élèves :

$2^{50} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$

Alors $2^{10} = 2^5 \times 2^5 = 32 \times 32$

$= 1024$

donc $2^{50} = 102\underline{4} \times 102\underline{4} \times 102\underline{4} \times 102\underline{4} \times 102\underline{4}$

2^{50} ce termine par 4 .

Des exemples de solutions élèves :

III $2^{50} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$

Puisque il n'y a que le dernier chiffre qui nous interesse, je multiplie que les derniers chiffres entre eux.

$= 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024$.

$16 \times 16 \times 4$

36×4

24

2^{50} se termine donc par un 4.

Effet « paradoxe »

Un article a vu son prix augmenter de 10 % puis diminuer ensuite de 10 %.

Quelle affirmation est vraie ?

A. Globalement son prix a augmenté.
B. Globalement son prix a diminué.
C. Globalement son prix est inchangé.
D. On ne peut pas savoir.

Comment connaître la bonne réponse ?

Effet « paradoxe »

Comment connaître la bonne réponse ?

Règles du débat mathématiques.

- Exemples,
- Contre exemple,
- Avis,
- Argument,
- Démonstration ….

A EXPLICITER !

Effet « paradoxe »

1. Un article, qui coûte 100 € en 2020, voit son prix augmenter de 10 % en 2021. Calculer son nouveau prix.

$$\mathbf{100 \times 1,10 = 110}$$

2. Ce même article voit maintenant en 2022 son prix diminuer de 10 %. Calculer son nouveau prix.

$$\mathbf{110 \times 0,90 = 99}$$

3. Quelle a été la variation du prix en pourcentage entre 2020 et 2022 ?

$$\frac{\mathbf{99}}{\mathbf{100}} = \mathbf{0,99}\ \boldsymbol{diminution\ du\ prix\ de}\ \mathbf{1\%}$$

Effet « paradoxe »

Paradoxe / contradiction

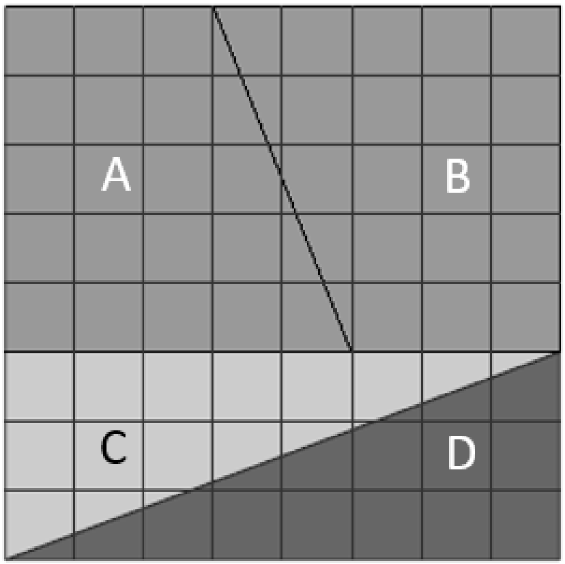
Débat / échanges

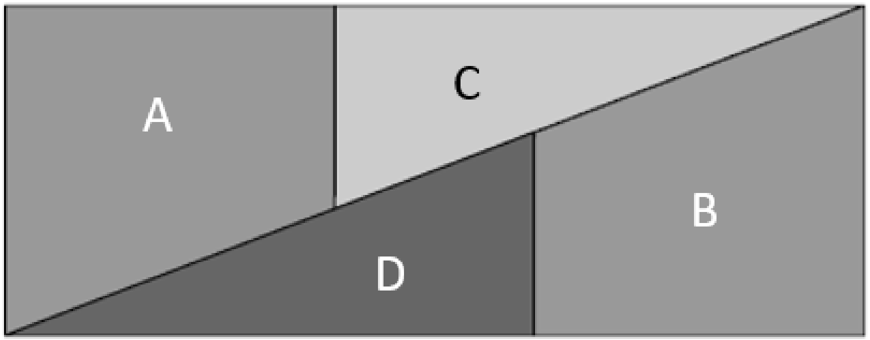
Moyens de vérifications ?

Entrée dans la phase de résolution

Effet « paradoxe / trompe-oeil »

ACTIVITE n° 1 : Le puzzle de Lewis Carroll





Les aires du carré et du rectangle étant égales, on a : 64 = 65.

Caractère ludique

Manipulation

Chercher

Modéliser

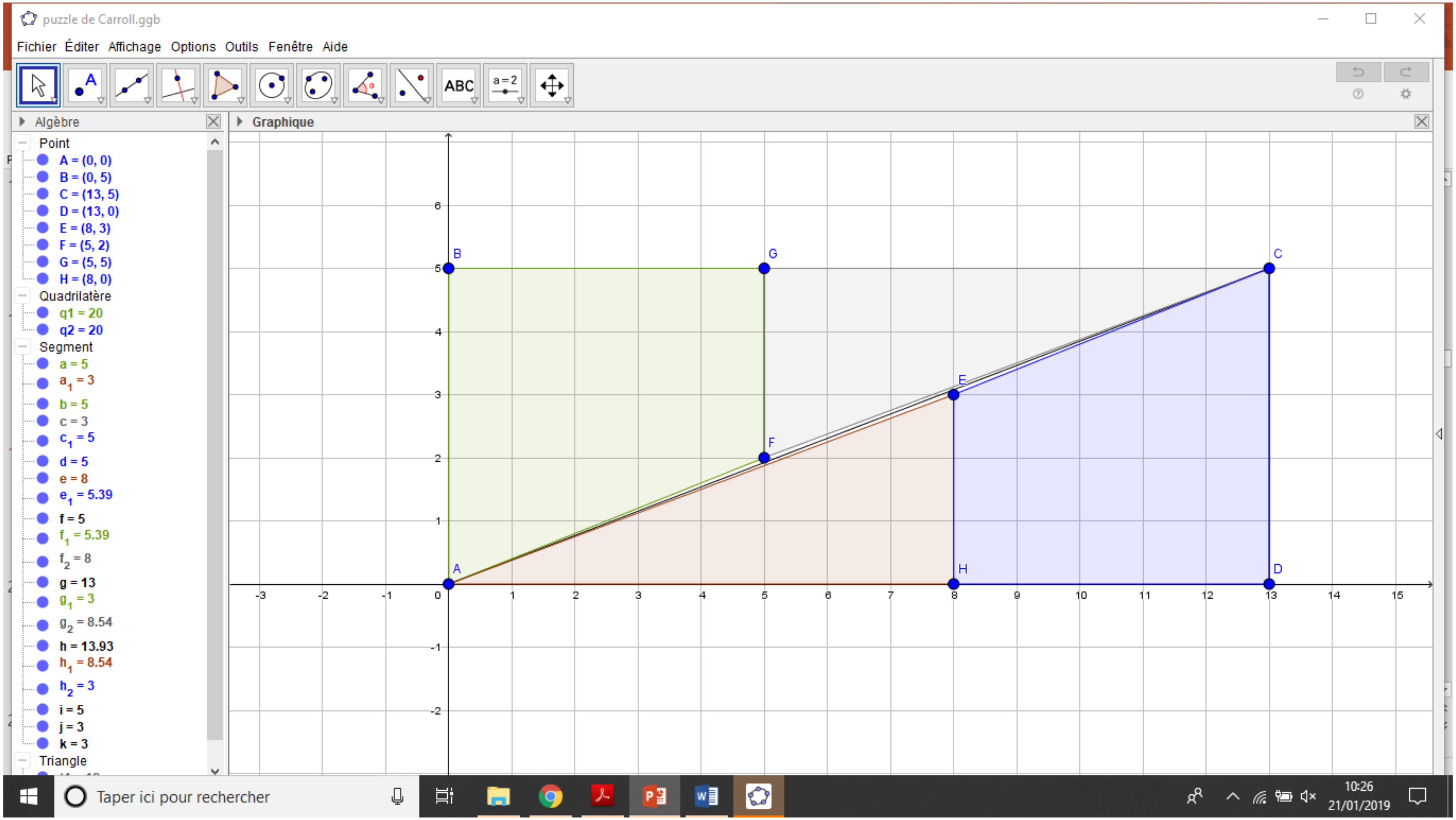
Représenter

Raisonner

Calculer

Communiquer

Reformulation du questionnement : A, E et C sont-ils alignés ?



→ NB : nouvelle manipulation (mode numérique)

Chercher **Raisonner**

Les solutions envisageables :

Collège : raisonnement par l'absurde à partir :

- de la propriété de Thalès, $\frac{8}{13} = \frac{3}{5}$?
- des triangles semblables,

3	8
5	13

En + au lycée : utilisation du critère de colinéarité.

- recherche de k tel que : $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AE}\binom{8}{3}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{13}{5}$

Lien collège - lycée :

Une question :

Collège

- point de vue de la proportionnalité

Programme de cycle 4 : Reconnaître une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité

3	8
5	13

- point de vue des fractions

Programme de cycle 4 : égalité de fractions (démonstration possible à partir de la définition du quotient).

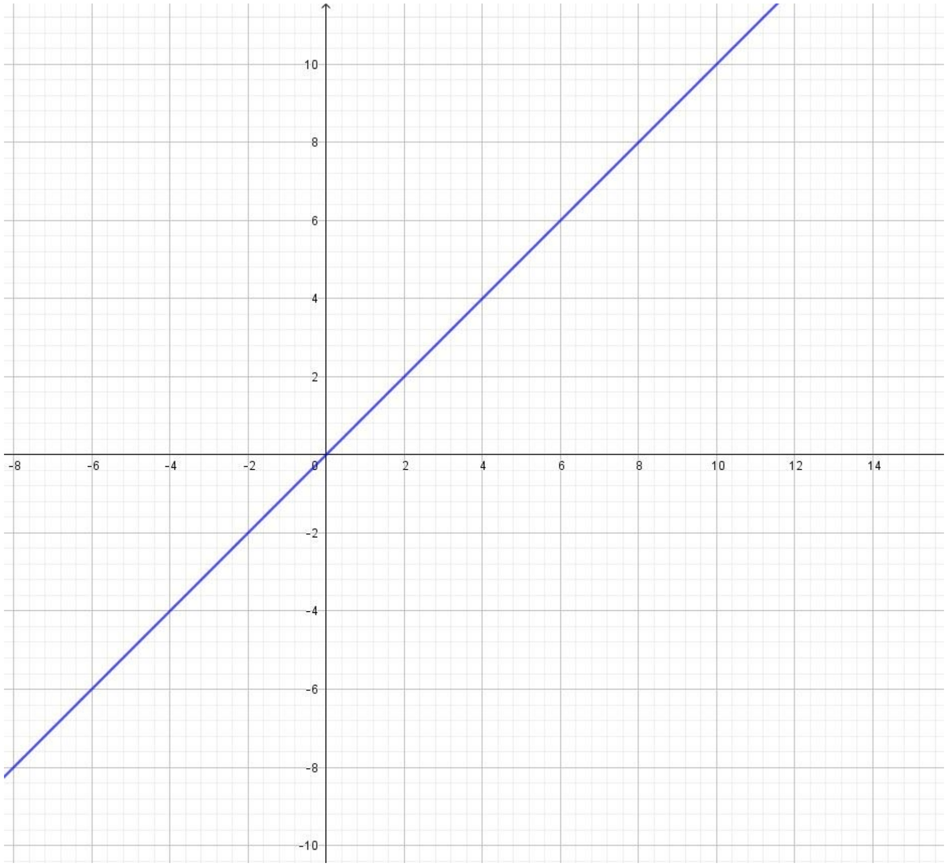
$$3 \times 13 - 8 \times 5 \neq 0$$

Lycée (seconde)

Une définition : déterminant de deux vecteurs.

Effet « trompe-oeil »

$$f(x) = x + \frac{10^{-6}}{x}$$

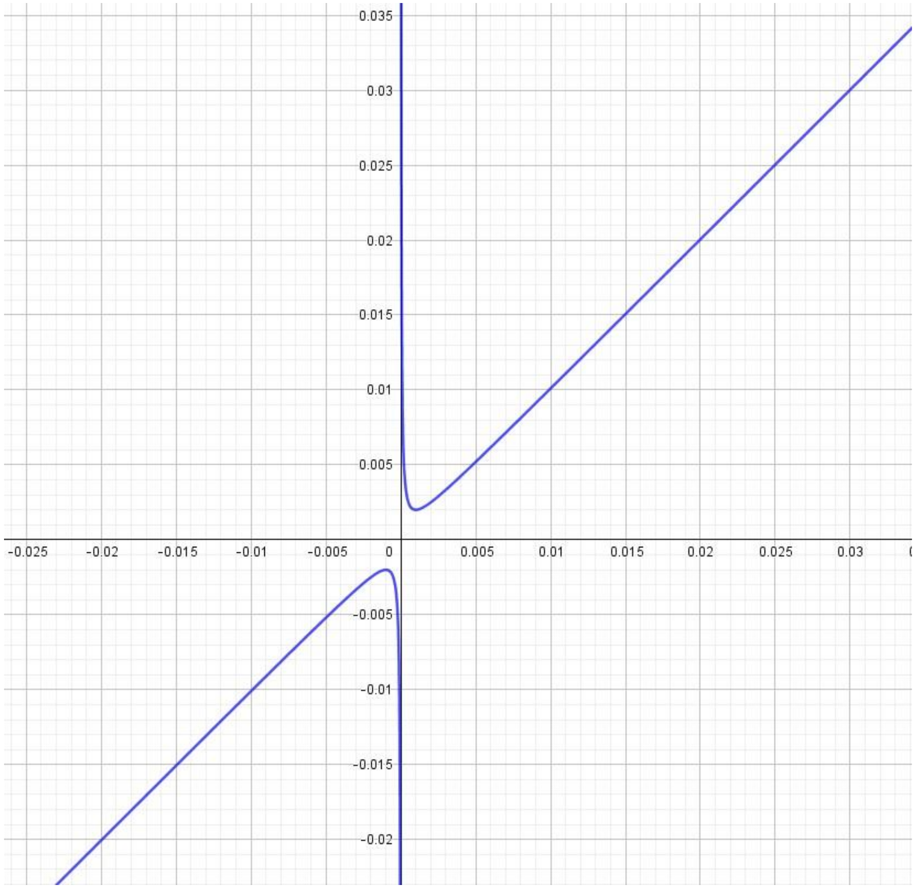


Représentation graphique : outil numérique.

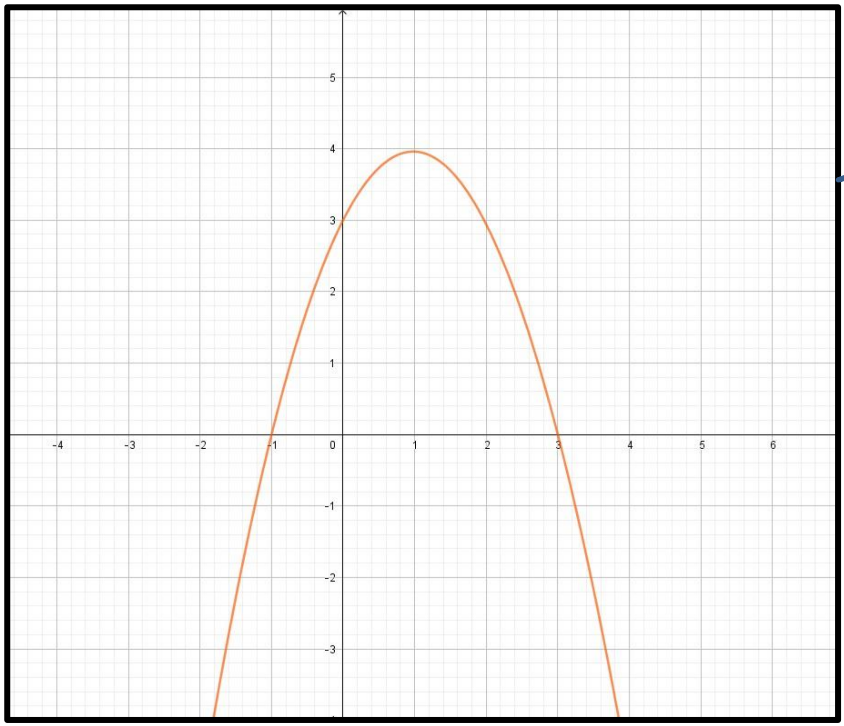
Interroger l'outil numérique : $f(0)$? $f(10^{-6})$? $f(1)$?

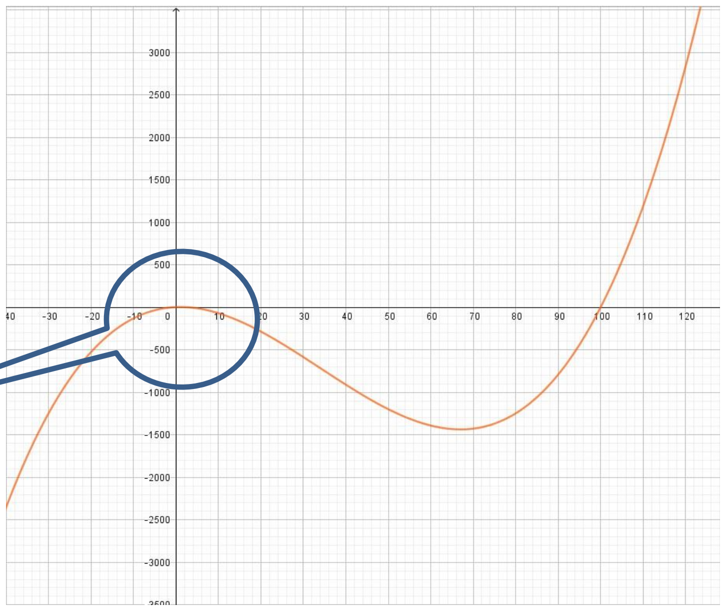
Effet « trompe-oeil »

$$f(x) = x + \frac{10^{-6}}{x}$$



Effet « trompe-oeil »



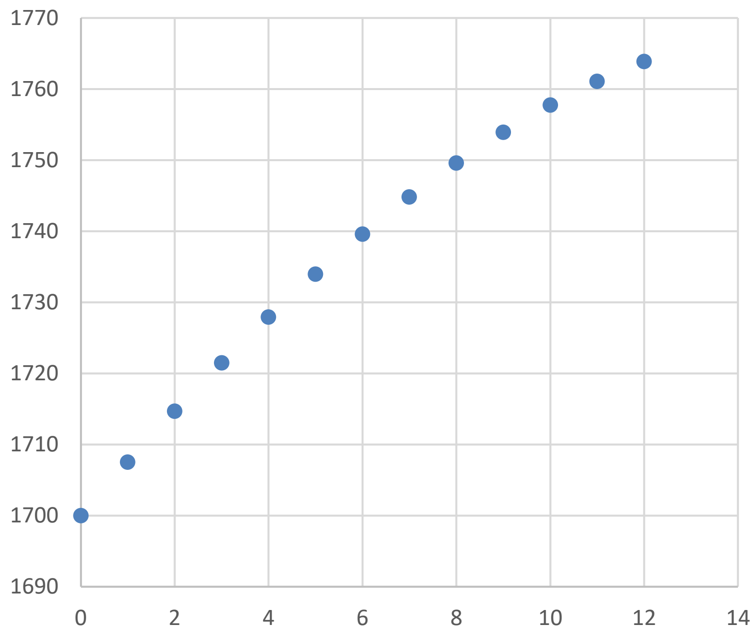


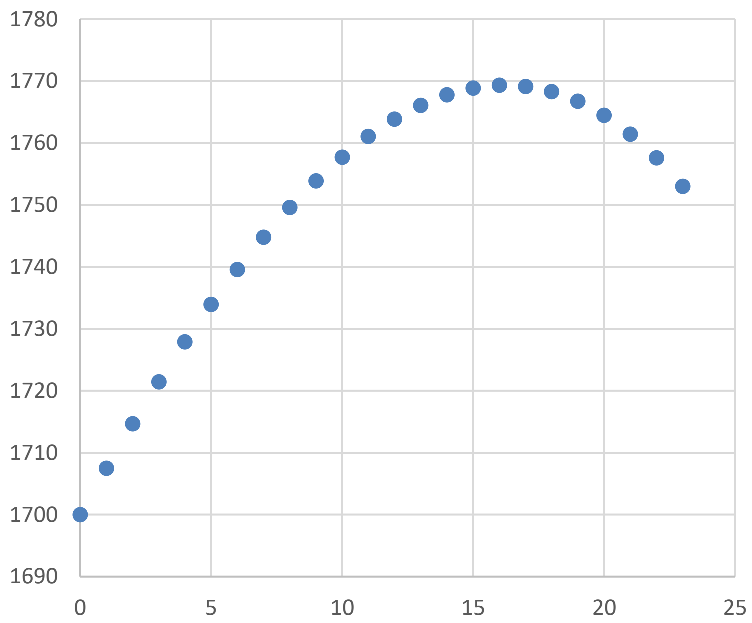
$$f(x) = 0{,}01(x+1)(x-3)(x-100)$$

Interroger l'outil numérique

$$f(x) = -0{,}01x^3 - 1{,}02x^2 + 1{,}97x + 3$$

Effet « trompe-oeil »





Evolution d'un bénéfice

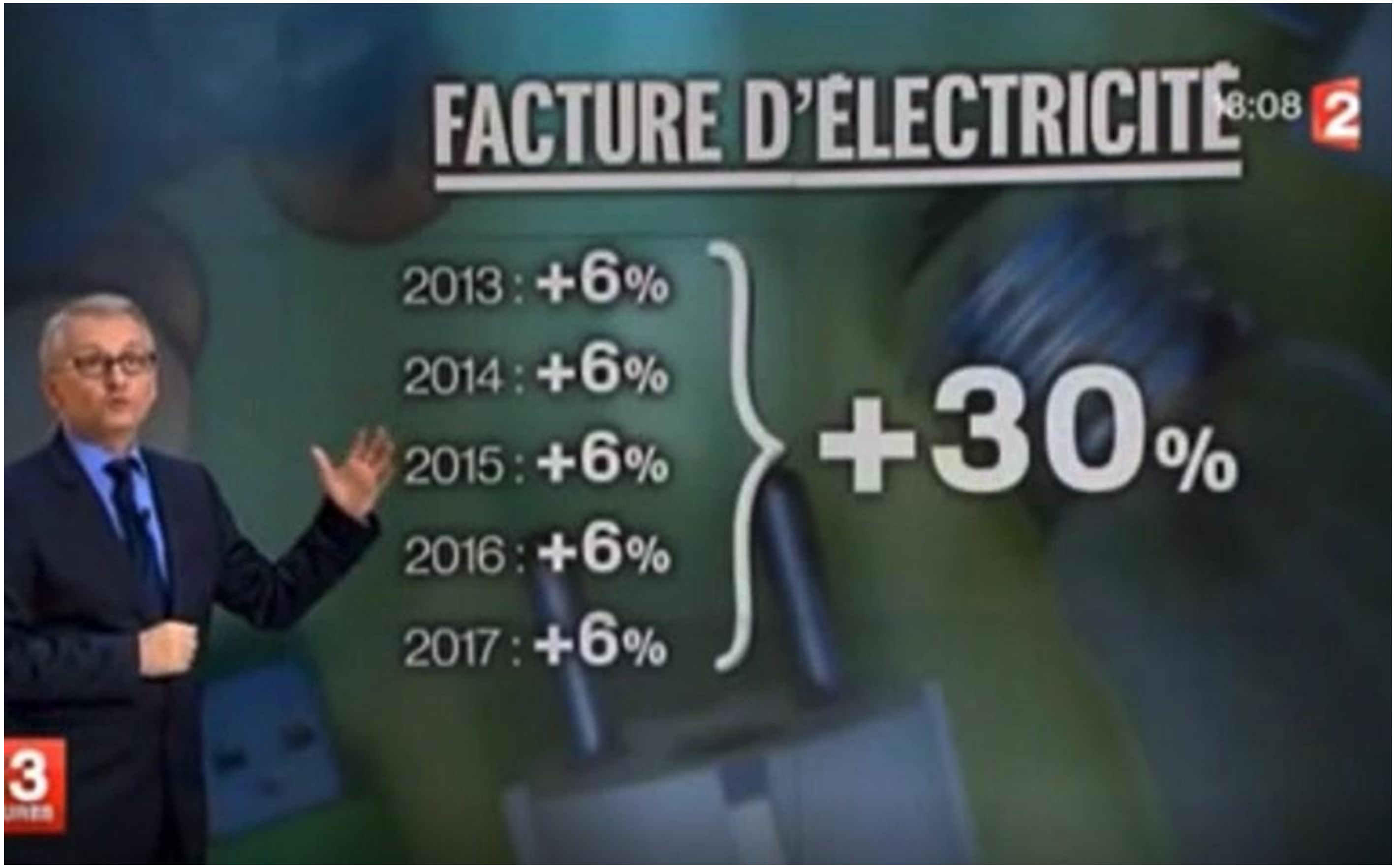
$$B_n = 3500 \times 1{,}015^n - 1800 \times 1{,}025^n$$

recette − coûts

Effet « esprit critique »

Que pensez-vous de cette publicité ?

Effet « esprit critique »



Vidéo France 2

Effet « esprit critique »

693 € -> 900 €

$$\frac{900}{693} = 1{,}298 \ \rightarrow 29{,}8\ \%$$

Ou : $693 \times 1{,}30 = 900{,}9$ €

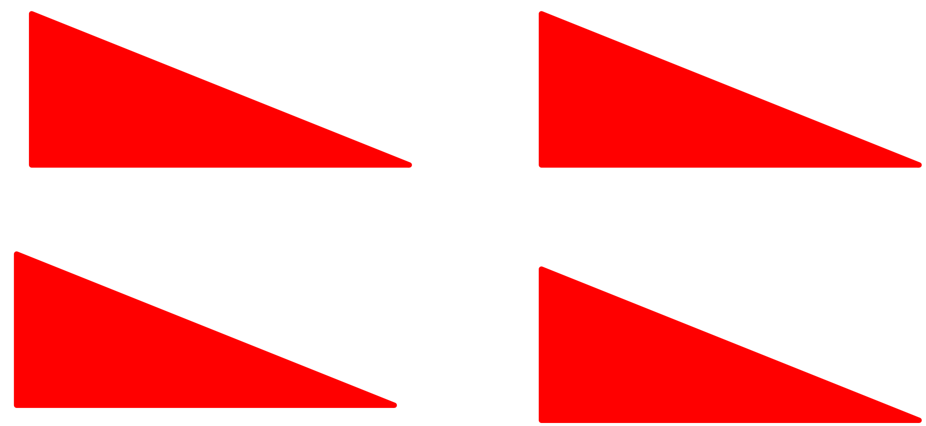
Contrôler, vérifier, tester

« Les pratiques ludiques »

Place dans le carré les quatre triangles rouges pour laisser apparaître. . .

• d'une part, deux carrés verts,

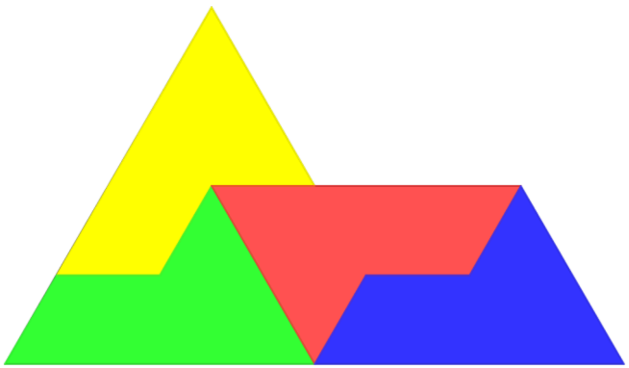
• d'autre part, un seul carré vert.



« Les pratiques ludiques »

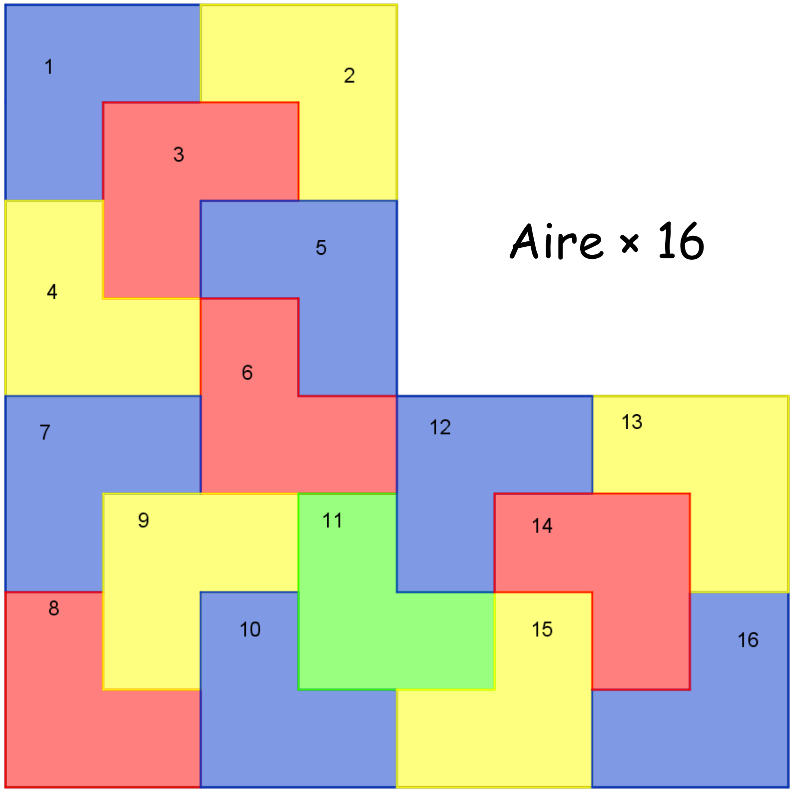
PUZZLES

Longueurs × 2



Aire × 4

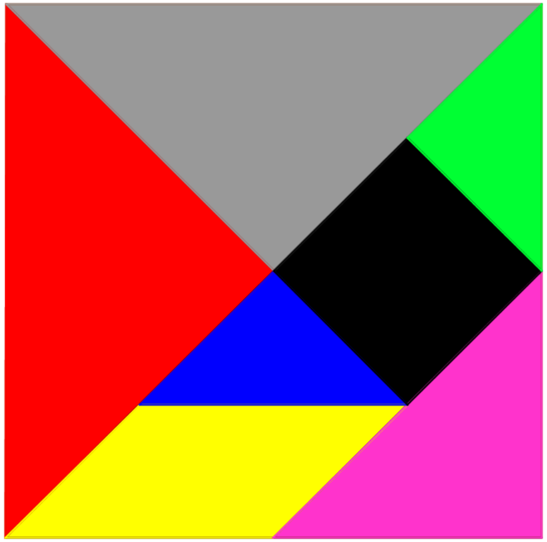
Longueurs × 4

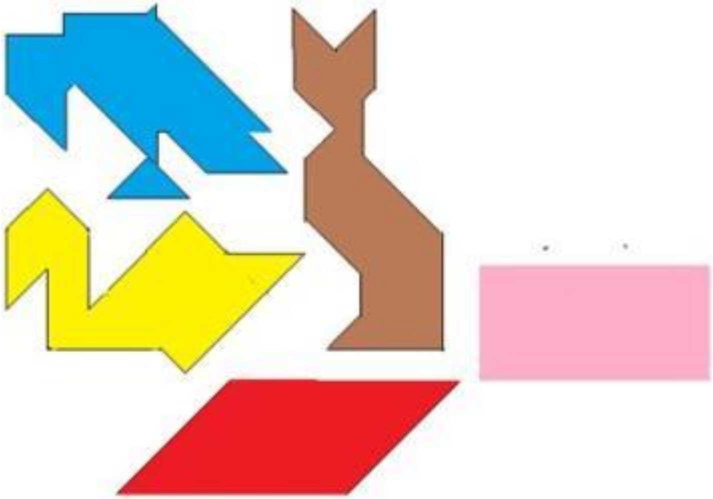


Aire × 16

« Les pratiques ludiques »

TANGRAM

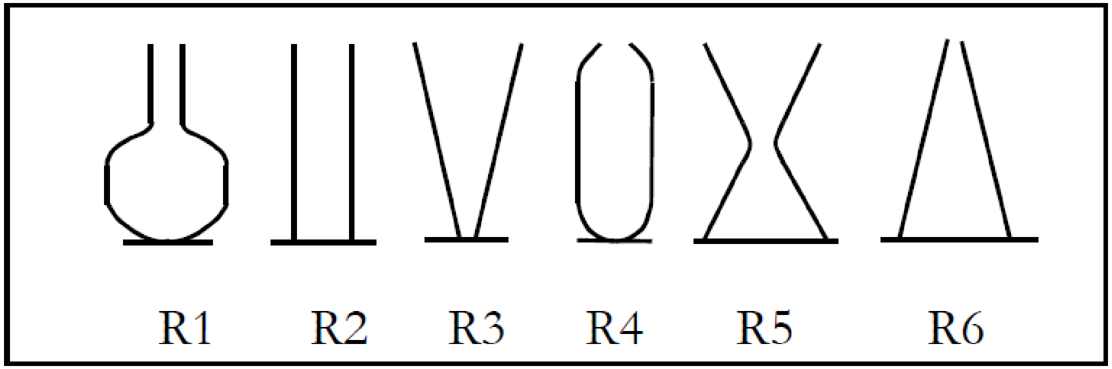


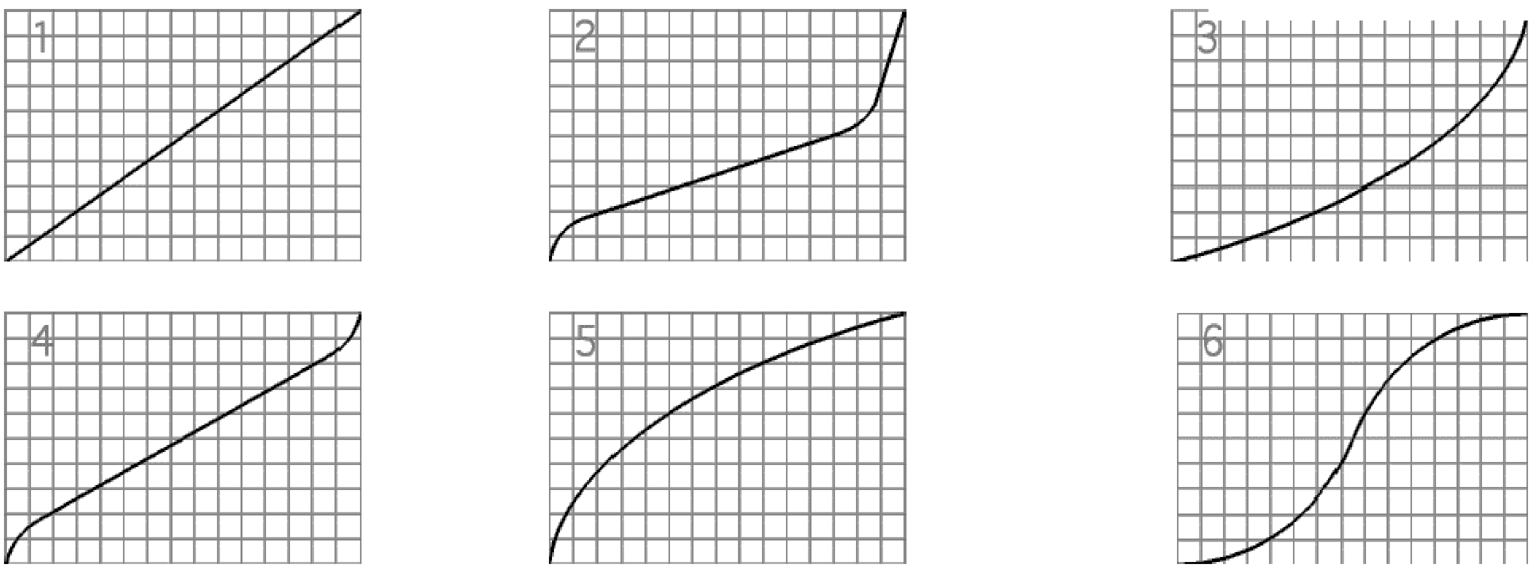


« l'expérimentation »

[Vidéo réalisée par Dan Meyer]

Vu à la Cité des Sciences et de l'Industrie à Paris.





Fonctions

Les différents registres de représentation.

- **NUMERIQUE** : tableau de valeurs
- **GRAPHIQUE** : courbes
- **ALGEBRIQUE** : formules
- **SYMBOLIQUE** : représentations formelles
- **SCHEMATIQUE** : tableau de variations

Les différents points de vue.

- **Ponctuel** : → propriétés ponctuelles,

valeur d'une fonction en un point, signe d'une fonction en un point…

- **Global** : → propriétés globales

monotonie, parité, périodicité, continuité et dérivabilité sur un intervalle ...

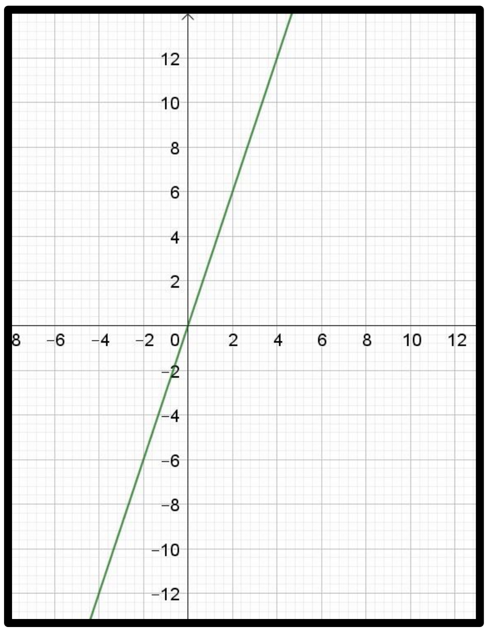
- **Local** : → propriétés locales

met en jeu la notion de voisinages (continuité, dérivabilité en un point, limites…).

Travail sur les registres de représentation

Effet « ludique »

Cartes : jeu de 20 cartes, 6 familles de 3 à reconstituer, 2 mistigris.
Thème : Fonctions affines et linéaires (troisième)
Justifier ses choix (correction).

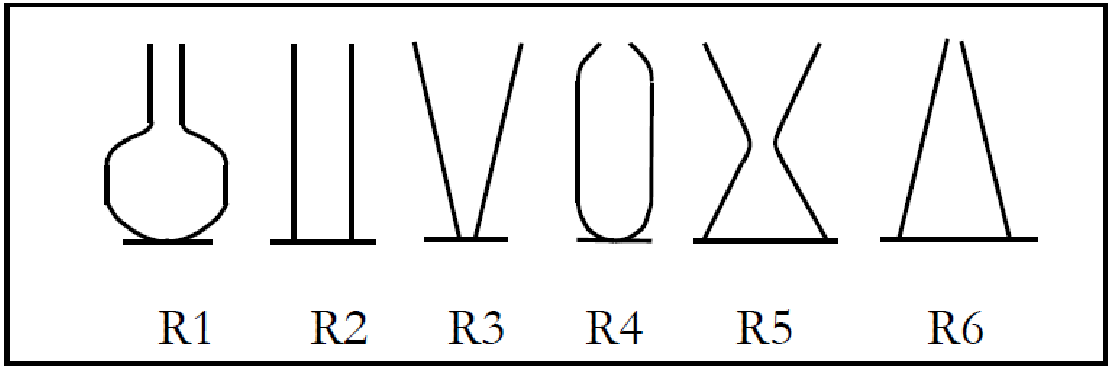


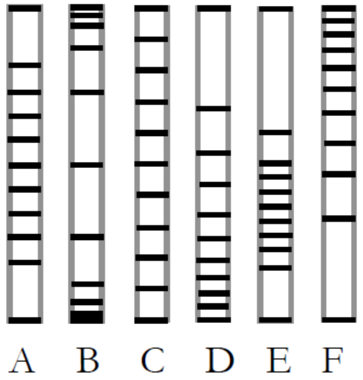
$$f(x) = 3x$$

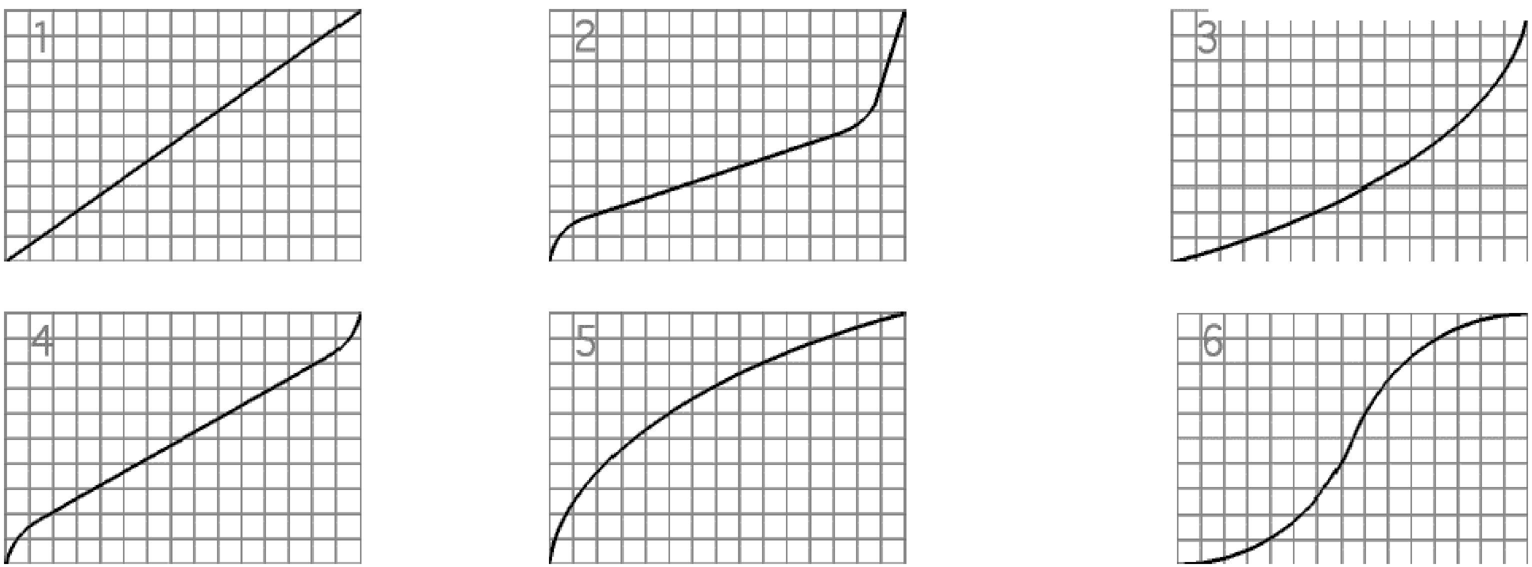
x	$f(x)$
1,5	4,5
2	6
7,2	21,6

M. Neveux-Leandri, collège Auguste Dédé, Remire-Montjoly, 2019-2020

Vu à la Cité des Sciences et de l'Industrie à Paris.



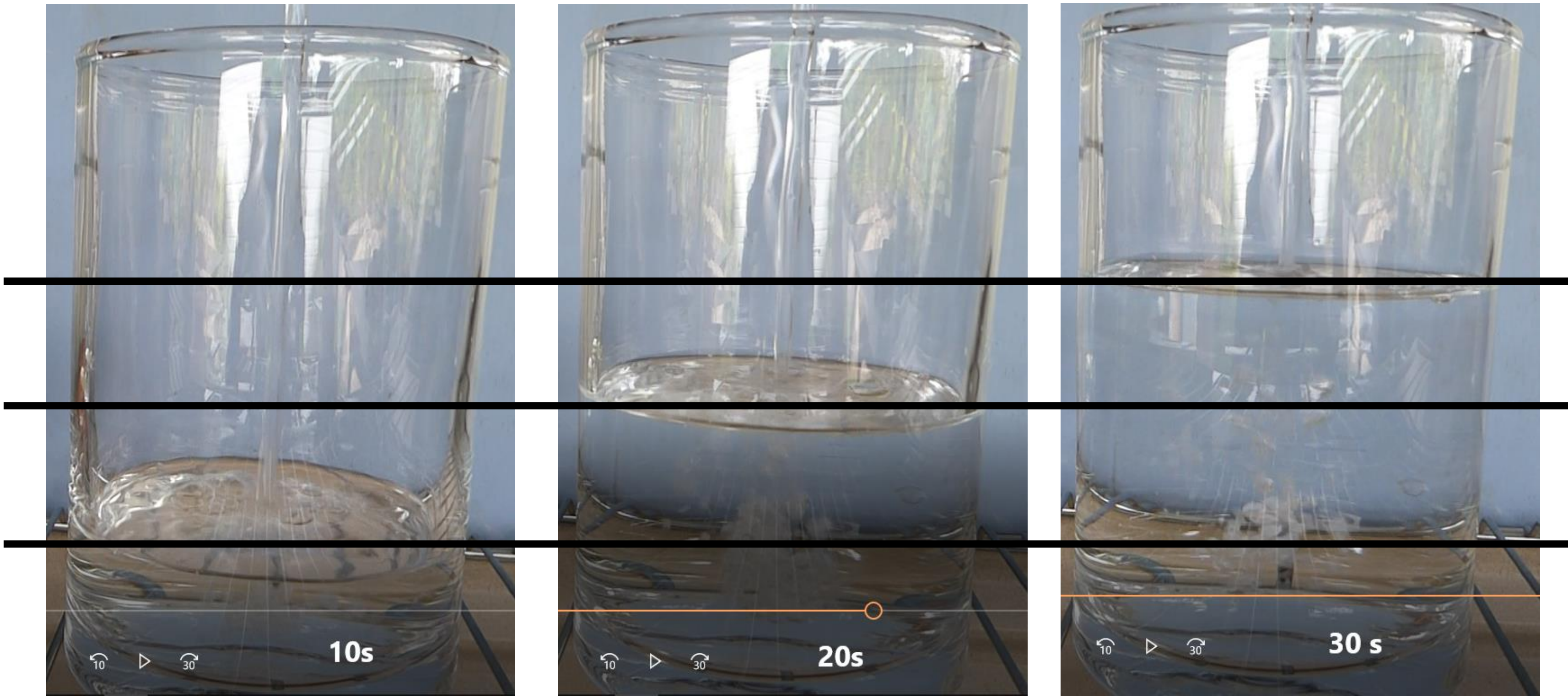




« l'expérimentation »

Manipuler / usage de la vidéo

Arrêts sur image



Arrêts sur image