académie
Guyane

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

BILAN ACADÉMIQUE DE L'ÉPREUVE PRATIQUE EN MATHÉMATIQUES DANS LES CLASSES DE QUATRIÈME

ANNÉE SCOLAIRE 2015/2016

Inspection pédagogique de Mathématiques

2015-2016

Table des matières

1 L'épreuve pratique de mathématique - session 2016

La généralisation à tous les établissements de l'académie d'une épreuve pratique en mathématiques pour les élèves de quatrième est un choix de l'inspection régionale depuis l'année scolaire 2015/2016. L'objectif est de permettre aux équipes pédagogiques, à partir des résultats de cette épreuve, d'avoir une meilleure vision des acquis de leurs élèves, et de prévoir éventuellement des remédiations avec ceux-ci l'année suivante.

Cette épreuve pratique permettra d'apprécier, après avoir travaillé régulièrement avec les élèves, leur maîtrise des compétences acquises dans l'utilisation de différents logiciels dans la résolution d'un problème mathématique.

Pour faciliter l'organisation en établissement, la durée de passation par élève a été fixée à 30 minutes. Cette épreuve devra se dérouler selon un planning défini par chaque établissement dans la période du mois de mai 2016. Tous les enseignants de mathématiques de l'établissement sont concernés par cette épreuve même s'ils n'ont pas le niveau concerné en responsabilité.

Le protocole d'organisation de cette épreuve qui concerne tous les élèves de quatrième de l'académie est décrit comme suit :

1.1 Évolution de l'épreuve

il a été décidé de proposer des sujets qui comportent à chaque fois deux parties : une première partie avec l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique et une deuxième partie avec l'utilisation d'un tableur. Les élèves travailleront sur un sujet tiré au hasard dans une liste de dix sujets permettant de vérifier leur maîtrise des deux logiciels déjà cités comme support de résolution d'un problème. La démarche attendue se limite à chaque fois par émettre une conjecture répondant au problème posé. Les sujets imposés sont diffusés aux professeurs par courriel et également mis en ligne sur le site disciplinaire académique au cours de la deuxième semaine des vacances de Pâques.

1.2 Déroulement de l'épreuve

L'épreuve se déroule au sein de l'établissement fréquenté par l'élève. La convocation des élèves est assurée par le chef d'établissement.

Le jour de l'évaluation, deux professeurs examinateurs, au moins, sont présents dans la salle où a lieu l'évaluation. Un examinateur évalue au maximum cinq élèves. Ceux-ci peuvent composer sur un même sujet tiré au sort.

Les professeurs examinateurs évalueront le degré de maîtrise des compétences des élèves selon une grille de référence.

Les résultats de chaque élève seront saisis, à l'issue de l'épreuve, dans le classeur numérique `epreuve_pratique_nometab.ods` qui sera diffusé en même temps que les sujets de l'épreuve. Les différents fichiers seront analysés par l'inspection pédagogique régionale de mathématiques qui en effectuera une synthèse académique.

1.3 Grilles d'évaluation

Pour chaque sujet, la grille d'évaluation se présente de la manière suivante :

<table>
<tr><th rowspan="4">Nom</th><th rowspan="4">Prénom</th><th colspan="18">Maitrise du logiciel</th><th colspan="3" rowspan="3">Réaliser, manipuler, calculer, appliquer des consignes, conjecturer</th></tr>
<tr><th colspan="9">Géométrie dynamique</th><th colspan="9">Tableur</th></tr>
<tr><th colspan="3">FS</th><th colspan="3">FA</th><th colspan="3">MA</th><th colspan="3">FS</th><th colspan="3">FA</th><th colspan="3">MA</th></tr>
<tr><th>NA</th><th>VA</th><th>A</th><th>NA</th><th>VA</th><th>A</th><th>NA</th><th>VA</th><th>A</th><th>NA</th><th>VA</th><th>A</th><th>NA</th><th>VA</th><th>A</th><th>NA</th><th>VA</th><th>A</th><th>NA</th><th>VA</th><th>A</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

FS (Fonctionnalités Simples ou de base)

Pour le tableur : l'élève est capable d'écrire une formule (signe =, références correctes aux cellules) permettant de conduire un calcul même étape par étape

Pour le logiciel de géométrie dynamique : l'élève est capable de réaliser une figure dynamique respectant les codages donnés (angles, perpendicularité, parallélisme, longueurs, ...)

FA (Fonctionnalités Avancées)

Pour le tableur : l'élève est capable d'écrire des calculs en ligne, il connait l'écriture des puissances, du nombre π ..., manipule les notions de plage et de critères, peut afficher un graphique à partir d'un tableau.

Pour le logiciel de géométrie dynamique : l'élève est capable d'utiliser la barre de saisie, il sait afficher un texte dynamique, ...

MF (problèmes relevant de la Mise en Forme, au sens large)

Pour le tableur : l'élève sait copier une cellule, réaliser et mettre en forme un tableau (élargir colonne, centrer, format de cellule...).

Pour le logiciel de géométrie dynamique : l'élève est capable de mettre en mémoire des grandeurs (aires, distances, angles...) dans un tableur par enregistrement.

NA : non acquis

VA : en voie d'acquisition

A : acquis

2 Indicateurs généraux

2.1 La participation

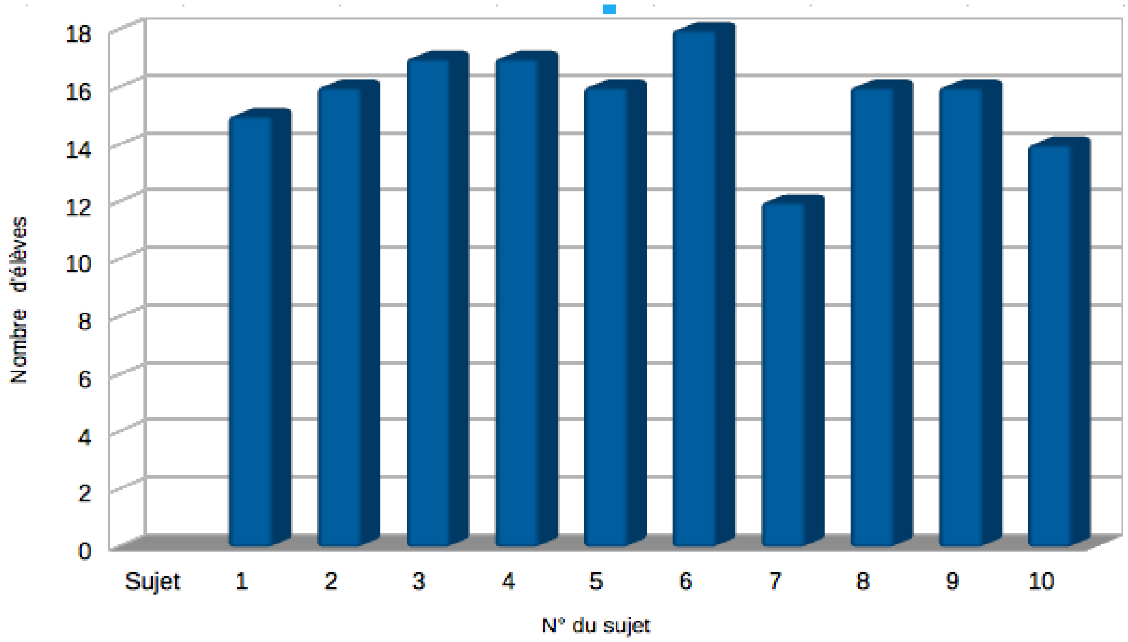
L'épreuve impliquait au niveau du collège, tous les établissements publics et privés sous contrat.
20 collèges sur les 31 de l'académie, qui ont des classes de quatrième, ont organisé l'EPM et 2075 élèves ont participé à l'épreuve.

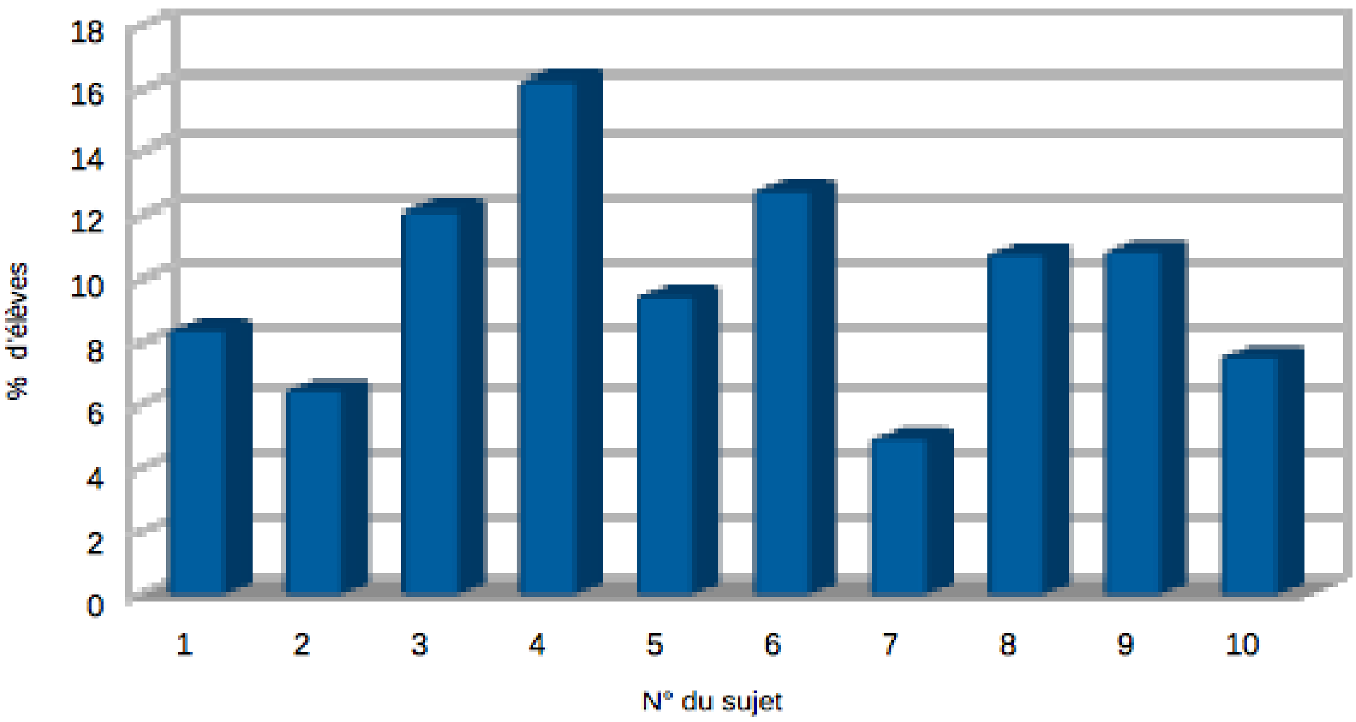
Bassin	Établissement	Nombre d'élèves
Bassin de Cayenne	Auxence CONTOUT	200
	Eugène NONNON	82
	Paul KAPEL	103
	La CANOPÉE	89
	Constant CHLORE	99
	Paul SUITMAN	29
	Saint PAUL	21
	Saint PIERRE	88
	Sainte THÉRÈSE	101
Bassin de KOUROU	Antoine Sylvère FÉLIX	101
	Just HYASINE	93
	Henri AGARANDE	157
	Omeba TOBO	130
	Victor SCOELCHER	183
	Élie CASTOR	46
	Ferdinand MADELEINE	35
Bassin de SAINT LAURENT	Arsène BOUYER D'ANGOMA	161
	Léodate VOLMAR	90
	Albert LONDRES	138
	Tell ÉBOUÉ	129
Total	20	2075

2.2 Le choix du sujet

Le tableau ci-dessous indique la « popularité »des sujets auprès des équipes et la fréquence en % des élèves ayant composé dessus.

Sujet n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de collèges ayant posé le sujet	15	16	17	17	16	18	12	16	16	14
% d'élèves ayant été interrogés sur le sujet	8,4	6,5	12,2	16,3	9,5	12,8	5	10,8	10,9	7,6



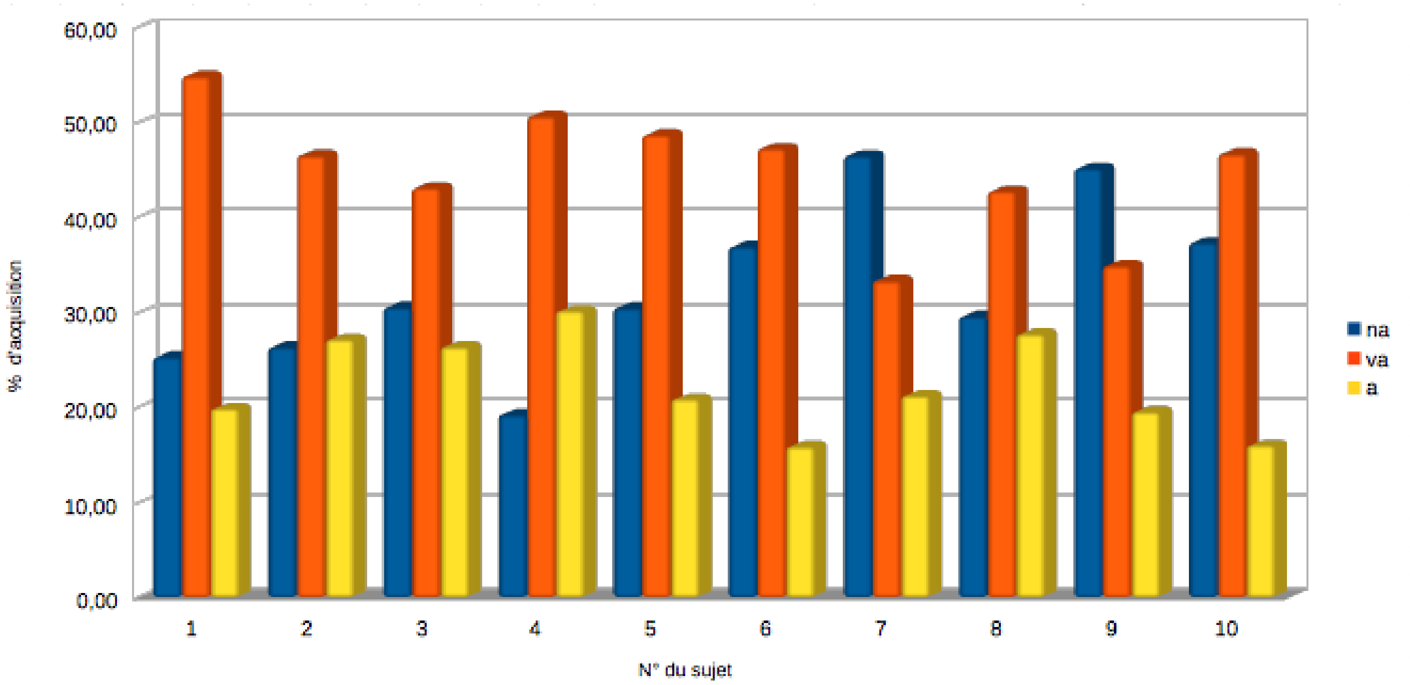


3 Indicateurs - compétences

Les compétences évaluées sont : Réaliser, Manipuler, Calculer, Appliquer des consignes

Légende : **NA** : non acquis **VA** : en voie d'acquisition **A** : acquis

Sujet n°	NA		VA		A	
1	42	25,30 %	91	54,82 %	33	19,88 %
2	34	26,36 %	60	46,51 %	35	27,13 %
3	73	30,54 %	103	43,10 %	63	26,36 %
4	62	19,25 %	163	50,62 %	97	30,12 %
5	57	30,48 %	91	48,66 %	39	20,86 %
6	93	36,90 %	119	47,22 %	40	15,87 %
7	46	46,46 %	33	33,33 %	21	21,21 %
8	63	29,58 %	91	42,72 %	59	27,70 %
9	97	45,12 %	75	34,88 %	42	19,53 %
10	56	37,33 %	70	46,67 %	24	16,00 %
Total	623	31,59 %	896	45,44 %	453	22,97 %



4 Indicateurs - maîtrise du logiciel

FS (Fonctionnalités Simples ou de base)
Pour le tableur : l'élève est capable d'écrire une formule (signe =, références correctes aux cellules) permettant de conduire un calcul même étape par étape.
Pour le logiciel de géométrie dynamique : l'élève est capable de réaliser une figure dynamique respectant les codages donnés (angles droits, longueurs...)

FA (Fonctionnalités Avancées)
Pour le tableur : l'élève est capable d'écrire des calculs en ligne, il connait l'écriture des puissances, du nombre π ..., manipule les notions de plage et de critères, peut afficher un graphique à partir d'un tableau.
Pour le logiciel de géométrie dynamique : l'élève est capable d'utiliser la barre de saisie, il sait mettre en lien tableur et figure.

MF (problèmes relevant de la Mise en Forme, au sens large)
Pour le tableur : l'élève sait copier une cellule, réaliser et mettre en forme un tableau (élargir colonne, centrer, format de cellule...)
Pour le logiciel de géométrie dynamique : l'élève est capable d'afficher des grandeurs (aires, distances, angles...).

Sujet n°	Maîtrise du logiciel																	
	TABLEUR									GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF			FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
1	53	66	47	83	56	27	76	51	39	37	61	68	56	80	30	88	52	26
2	53	41	35	76	38	15	62	40	27	31	51	47	61	46	22	69	41	19
3	99	72	68	130	73	36	127	61	51	56	79	104	111	70	58	133	67	39
4	88	87	147	130	115	77	125	107	90	40	120	162	120	109	93	125	104	93
5	59	73	55	105	51	31	80	62	45	39	77	71	74	76	37	69	82	36
6	109	76	67	149	57	46	108	92	52	56	116	80	133	64	57	103	112	38
7	49	24	26	63	27	9	57	24	18	32	37	30	51	38	11	49	34	17
8	80	62	71	125	50	38	101	56	56	54	61	98	91	74	48	94	75	46
9	90	70	55	119	65	31	116	55	44	79	76	60	110	64	40	120	60	34
10	50	74	26	94	37	19	68	55	27	31	83	36	67	63	20	72	59	19
Total	730	645	597	1074	569	329	920	603	449	455	761	756	874	684	416	922	686	367
Pourcentage	**37**	**32,7**	**30,3**	**54,5**	**28,9**	**16,7**	**46,7**	**30,6**	**22,8**	**23,1**	**38,6**	**38,3**	**44,3**	**34,7**	**21,1**	**46,8**	**34,8**	**18,6**

4.1 Bilan par sujet

SUJET 1	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
166	53	66	47	83	56	27	76	51	39
	31,93	**39,76**	**28,31**	**50,00**	**33,73**	**16,27**	**45,78**	**30,72**	**23,49**
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	37	61	68	56	80	30	88	52	26
	22,29	**36,75**	**40,96**	**33,73**	**48,19**	**18,07**	**53,01**	**31,33**	**15,66**

SUJET 2	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
129	53	41	35	76	38	15	62	40	27
	41,09	**31,78**	**27,13**	**58,91**	**29,46**	**11,63**	**48,06**	**31,01**	**20,93**
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	31	51	47	61	46	22	69	41	19
	24,03	**39,53**	**36,43**	**47,29**	**35,66**	**17,05**	**53,49**	**31,78**	**14,73**

SUJET 3	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
239	99	72	68	130	73	36	127	61	51
	41,42	**30,13**	**28,45**	**54,39**	**30,54**	**15,06**	**53,14**	**25,52**	**21,34**
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	56	79	104	111	70	58	133	67	39
	23,43	**33,05**	**43,51**	**46,44**	**29,29**	**24,27**	**55,65**	**28,03**	**16,32**

SUJET 4	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
322	88	87	147	130	115	77	125	107	90
	27,33	**27,02**	**45,65**	**40,37**	**35,71**	**23,91**	**38,82**	**33,23**	**27,95**
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	40	120	162	120	109	93	125	104	93
	12,42	**37,27**	**50,31**	**37,27**	**33,85**	**28,88**	**38,82**	**32,30**	**28,88**

SUJET 5	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
187	59	73	55	105	51	31	80	62	45
	31,55	**39,04**	**29,41**	**56,15**	**27,27**	**16,58**	**42,78**	**33,16**	**24,06**
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	39	77	71	74	76	37	69	82	36
	20,86	**41,18**	**37,97**	**39,57**	**40,64**	**19,79**	**36,90**	**43,85**	**19,25**

SUJET 6	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
252	109	76	67	149	57	46	108	92	52
	43,25	30,16	26,59	59,13	22,62	18,25	42,86	36,51	20,63
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	56	116	80	133	64	57	103	112	38
	22,22	46,03	31,75	52,78	25,40	22,62	40,87	44,44	15,08

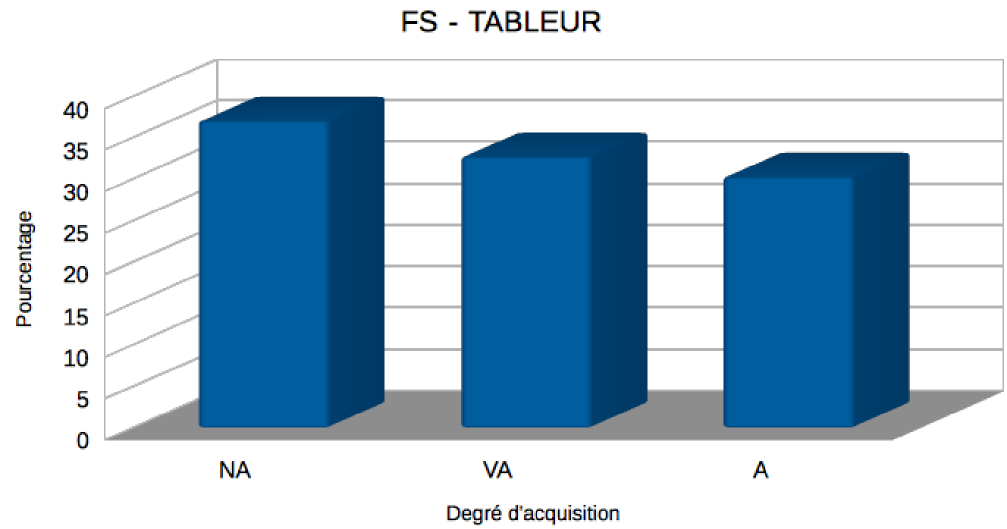
SUJET 7	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
99	49	24	26	63	27	9	57	24	18
	49,49	24,24	26,26	63,64	27,27	9,09	57,58	24,24	18,18
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	32	37	30	51	38	11	49	34	17
	32,32	37,37	30,30	51,52	38,38	11,11	49,49	34,34	17,17

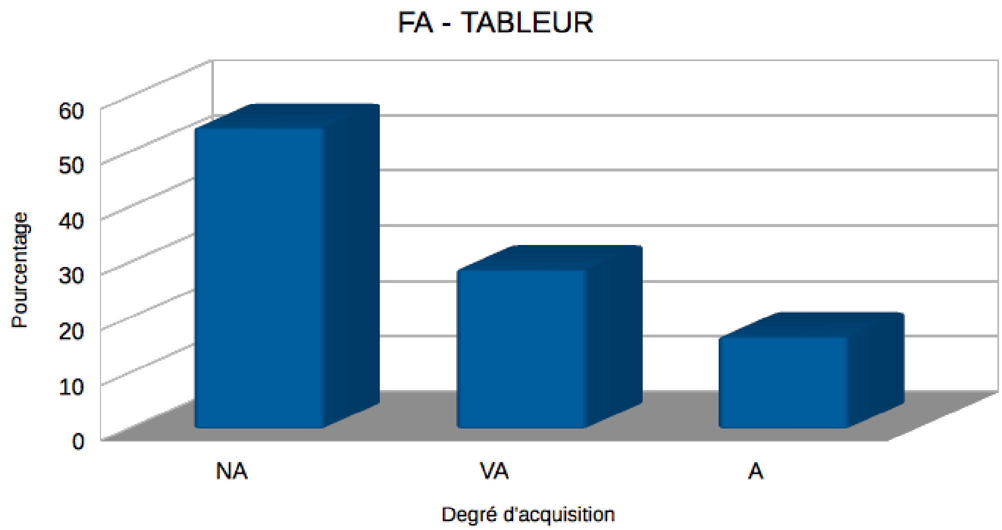
SUJET 8	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
213	80	62	71	125	50	38	101	56	56
	37,56	29,11	33,33	58,69	23,47	17,84	47,42	26,29	26,29
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	54	61	98	91	74	48	94	75	46
	25,35	28,64	46,01	42,72	34,74	22,54	44,13	35,21	21,60

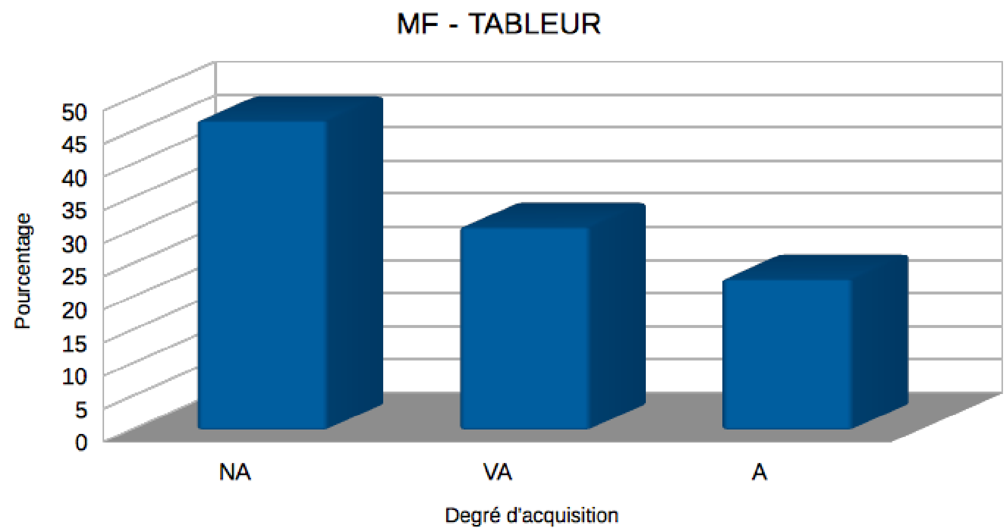
SUJET 9	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
215	90	70	55	119	65	31	116	55	44
	41,86	32,56	25,58	55,35	30,23	14,42	53,95	25,58	20,47
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	79	76	60	110	64	40	120	60	34
	36,74	35,35	27,91	51,16	29,77	18,60	55,81	27,91	15,81

SUJET 10	TABLEUR								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
150	50	74	26	94	37	19	68	55	27
	33,33	49,33	17,33	62,67	24,67	12,67	45,33	36,67	18,00
	GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE								
	FS			FA			MF		
	NA	VA	A	NA	VA	A	NA	VA	A
	31	83	36	67	63	20	72	59	19
	20,67	55,33	24,00	44,67	42,00	13,33	48,00	39,33	12,67

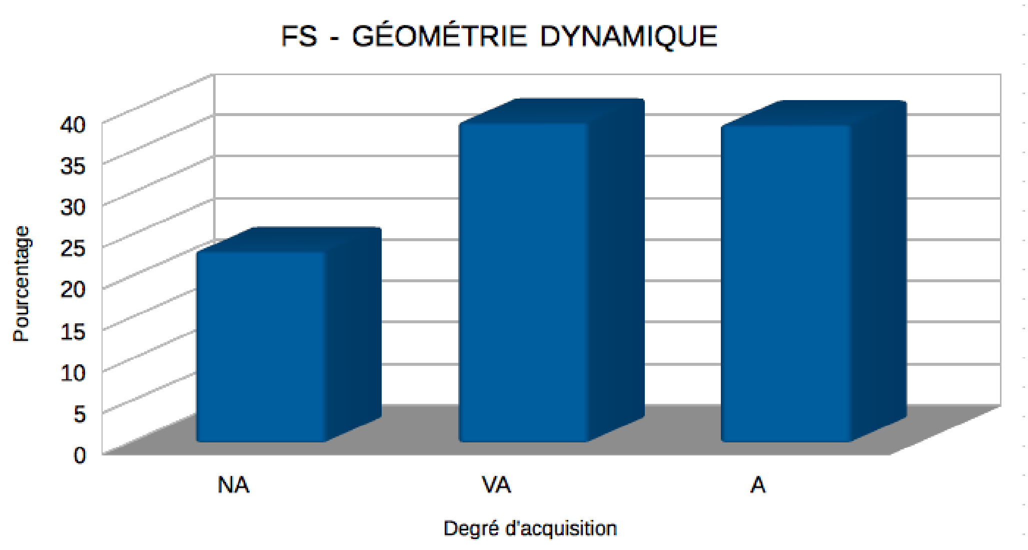
4.2 Bilan global - tableur

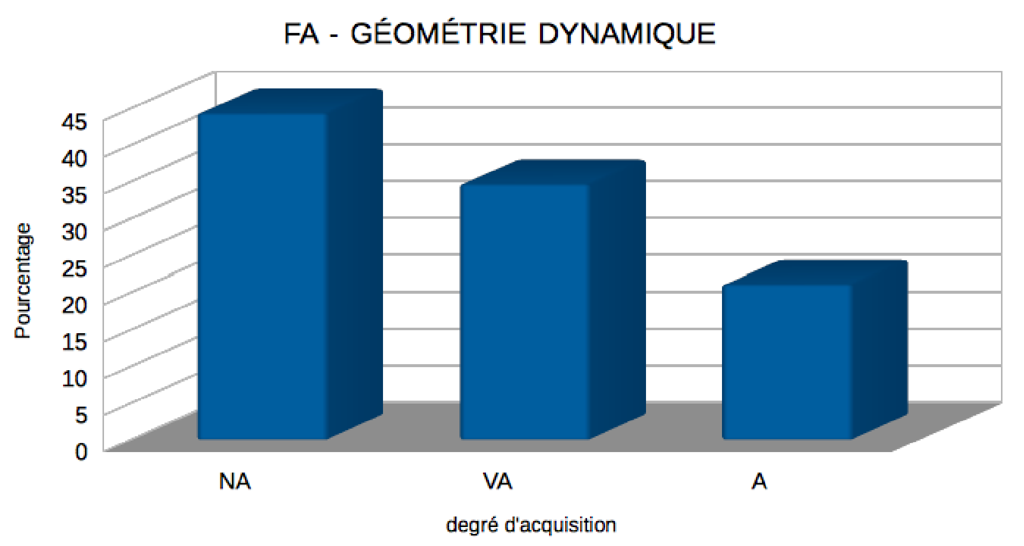


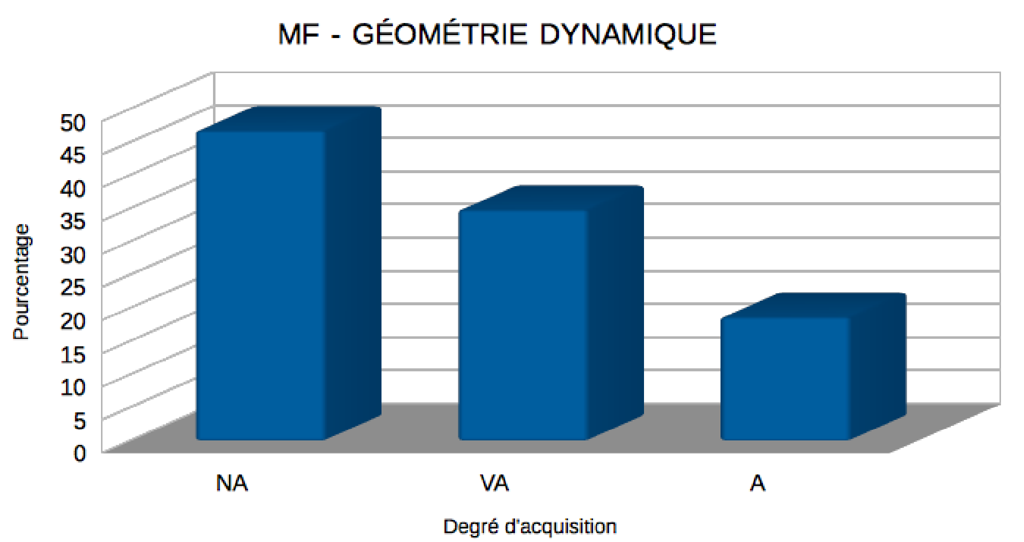




4.3 Bilan global - géométrie dynamique







.

5 Annexe 1 - Le tableur

Quelques « savoir-faire technique » qu'il semble important de faire acquérir aux élèves pour leur permettre d'avoir un usage autonome de ce logiciel.

- **Vocabulaire**
  - Savoir utiliser le vocabulaire propre au tableur : classeur, feuille, ligne, colonne, cellule, plage de cellules, adressage...
- **Liste**
  - Créer une liste de nombres, de dates sans utilisation de formule
  - Savoir incrémenter une liste
- **Formules**
  - Utiliser le tableur pour faire des calculs simples : formule sans référence à une cellule
  - Ecrire une formule avec référence relative à une cellule (référence relative - pas d'utilisation de $)
  - Ecrire une formule avec référence fixe à une cellule (référence absolue - utilisation de deux $)
  - Ecrire une formule avec référence mixte à une cellule (référence mixte - utilisation du $ pour fixer la ligne ou la colonne)
  - Savoir recopier ou étirer une formule
- **Cellules**
  - Savoir accéder au format d'une cellule
  - Savoir changer le format numérique d'une cellule (écriture décimale, fractionnaire, pourcentage, scientifique, ...)
  - Savoir mettre en forme un tableau
- **Fonctions**

  Il est important que les élèves soient confrontés à un certain nombre de fonctions. L'attendu n'est pas qu'ils les mémorisent toutes, mais qu'ils en connaissent l'existence et sachent les utiliser en cas de besoin.

  - Quelques fonctions simples : SOMME, MIN, MAX, MOYENNE
  - D'autres fonctions mathématiques : MOD, QUOTIENT, ENT, MEDIANE, QUARTILE, RACINE, ALEA.ENTRE.BORNES
  - Des fonctions logiques : SI, OU, ET
  - Des fonctions de tri : NBVAL, NB.SI
- **Tri de données**
  - Savoir trier une colonne par ordre alphabétique ou par ordre (dé)croissant
  - Savoir trier un tableau en fonction d'une valeur d'une colonne
- **Représentation graphique**

- Savoir construire un diagramme en bâtons
- Savoir construire un diagramme circulaire
- Savoir construire un nuage de points
- Savoir modifier une représentation graphique

.

6 Annexe 2 : courriers de l'IA-IPR

Courrier électronique du 03/12/2015

Chers collègues,

Comme annoncé, l'**épreuve pratique de mathématiques** concernera les classes de **4e**.

Elle se déroulera selon des modalités similaires aux années précédentes, **dans la période du 2 au 13 mai 2016**.

Un **document ressource** et un **"sujet 0"** sont mis à votre disposition sur le site disciplinaire.
Le document ressource est constitué d'activités (de complexité variable) que vous pourriez mener dans vos classes, afin de permettre à vos élèves d'acquerir une certaine maîtrise des logiciels et de compétences de résolution de problème.
L'épreuve vise à vérifier le niveau de maîtrise des outils logiciels des élèves. Le sujet 0 vous donnera un aperçu des sujets qui seront proposés pour cette épreuve.

Le lien des deux fichiers PDF est : http://webtice.ac-guyane.fr/math/spip.php?article503

Je joins à ce message des fichiers "annexes" liés au document ressource, que je vous invite à télécharger et à placer dans un même fichier avec le document ressource.

A noter : afin d'ouvrir les fichiers "geogebra dans l'espace" joints, il sera utile de télécharger la **version 5** de ce logiciel ; **ces activités peuvent, évidemment, être proposées aux élèves de 3e**.

Je vous remercie par avance de votre participation à cette épreuve qui permettra de mesurer le degré de maîtrise des élèves du tableur et d'un logiciel de géométrie dynamique, de prévoir d'éventuelles remédiations, et de poursuivre les activités menées en classe en lien avec l'outil numérique.

Pour toute précision sur les activités proposées, je vous invite à contacter M. Alaeddine BEN-RHOUMA.

Cordialement,

E. BASTE-CATAYEE IA-IPR de mathématiques

Courrier électronique du 28/04/2016

Chers Collègues,

Je vous prie de trouver ci-joint les sujets de l'épreuve d'EPM 4e et la grille d'évaluation à renseigner au nom de votre établissement.

Cette épreuve se déroulera **durant le mois de mai**, selon un planning défini par chaque établissement. Vous retrouverez dans les documents joints des explications plus précises sur les modalités d'organisation et d'évaluation.

Afin d'effectuer une analyse et une synthèse au niveau de l'académie, je vous prie de **retourner la grille d'évaluation** dûment complétée dès la fin de l'épreuve à alaeddine.ben-rhouma@ac-guyane.fr **au plus tard le 3 juin 2016**.

Les sujets et la grille d'évaluation de l'EPM 4e sont disponibles sur le site académique disciplinaire : http://maths.dis.ac-guyane.fr/spip.php?article61

Je vous remercie pour votre précieuse collaboration.

Cordialement,

Elisabeth BASTE-CATAYEE
IA-IPR de mathématiques
Rectorat de Guyane
0594 27 22 37

.

7 Annexe 3 : le sujet 0

1. Évolution de l'épreuve

Comme les années précédentes, une évaluation TICE sera organisée au mois de mai 2016 : **l'épreuve pratique mathématique concernera les classes de 4ème** selon des modalités similaires aux années antérieures.

2. Déroulement de l'épreuve

La durée de passation par élève est 30 minutes. Cette épreuve devra se dérouler selon un planning défini par chaque établissement dans la période du 2 au 13 mai 2016. Tous les enseignants de mathématiques de l'établissement sont concernés par cette épreuve même s'ils n'ont pas le niveau concerné en responsabilité.

L'épreuve se déroule au sein de l'établissement fréquenté par l'élève. La convocation des élèves est assurée par le chef d'établissement.

Le jour de l'évaluation, deux professeurs examinateurs, au moins, sont présents dans la salle où a lieu l'évaluation. Un examinateur évalue au maximum cinq élèves. Ceux-ci peuvent composer sur un même sujet tiré au sort.

Les professeurs examinateurs évalueront le degré de maîtrise des compétences des élèves selon une grille de référence.

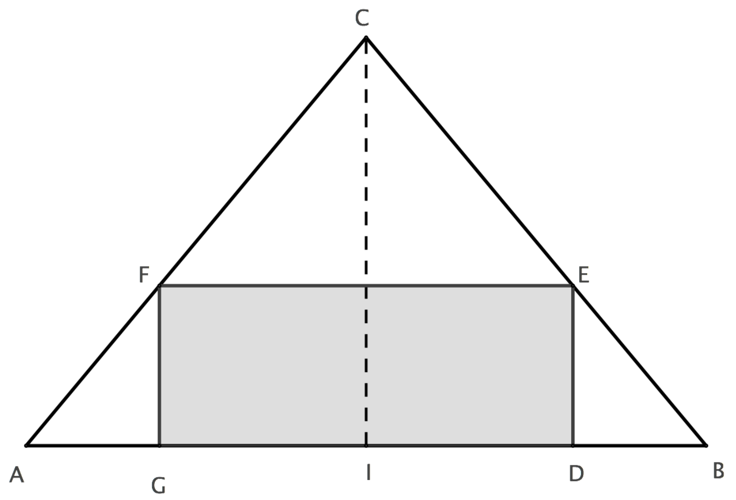
Les résultats de chaque élève seront saisis, à l'issue de l'épreuve, dans un classeur numérique qui sera diffusé à chaque coordonnateur. Les différents fichiers seront analysés par l'inspection pédagogique régionale de mathématiques qui en effectuera une synthèse académique.

3. Planning de la mise en place académique

- **Septembre 2015 :** Annonce de la mise en place d'une épreuve pratique pour les classes de 4ème dans la lettre de rentrée.
- **Novembre 2015 :**
  - Diffusion d'un document ressource sur l'usage des TICE en mathématiques pour la classe de 4ème
  - Diffusion d'un « sujet 0 »de l'épreuve pratique
- **Mars 2016 :** Retour de la part des coordonnateurs du planning des épreuves en établissement
- **Mai 2016 :**
  - Diffusion des sujets de l'épreuve pratique
  - Déroulement de l'épreuve pratique dans tous les établissements
- **Juin 2016 :**
  - Centralisation des fichiers des établissements
  - Production d'un document de synthèse académique

Sujet n° 0 : un rectangle dans un triangle

Sur la figure ci-contre qui n'est pas réalisée en vraie grandeur :
ABC est un triangle isocèle en C tel que :
AB = 10 et CI = 6.
I est le milieu de [AB].
D est un point libre de [IB].
G est le symétrique de D par rapport à I.
DEFG est un rectangle tel que :
F est sur [AC] et E est sur [BC]



Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure illustrant l'énoncé. *Attention :* D doit pouvoir être déplacé sur [IB].

2. Afficher la longueur DB et l'aire du rectangle DEFG.

3. Déplacer le point D sur le segment [IB]. Pour quelle valeur de DB l'aire du rectangle semble-t-elle maximale ?

Partie II : avec un tableur

On note DB = x.
On considère les formules : $S = 12x - 2{,}4x^2$ et $R = 1{,}5x(6 - x)$.

4. A l'aide d'un tableur calculer S et R pour x variant de 0 à 5. On prendra pour x un pas de 0,5 comme indiqué ci-dessous :

	A	B	C	D
1	$DB = x$	$S = 12x - 2,4x^2$	$R = 1,5x(6-x)$	
2	0			
3	0.5			
4	1			
5	1.5			
6	2			
7	2.5			
8	...			
9				
10				
11				

5. Quelle formule permet de calculer l'aire du rectangle DEFG ?

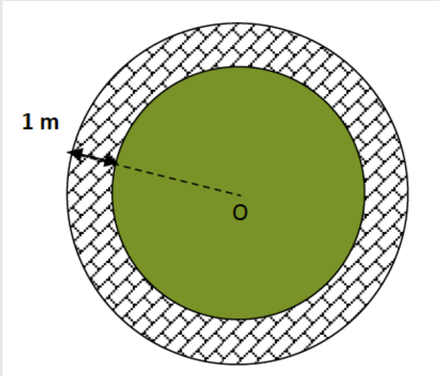
6. Retrouve-t-on le résultat de la question 3. ?

.

8 Annexe 4 : les sujets

Sujet n° 1 : LE MASSIF

Monsieur V. veut créer dans son jardin un massif de fleurs circulaire bordé de dalles selon le plan ci-dessous.
Les deux cercles ont le même centre O.



Monsieur V. désire une allée de 1 m de largeur mais il ne dispose de dalles que pour recouvrir une surface de 50 m^2 et ne veut pas en acheter d'autres.
Il se demande donc quel est le plus grand massif qu'il peut réaliser.

Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure dynamique illustrant l'énoncé.

2. Quel rayon maximum peut-on donner au massif ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

On note x le rayon du massif (petit disque).

On rappelle : Aire d'un disque $= \pi \times R^2$ où R désigne le rayon du disque.

3. A l'aide d'un tableur calculer les aires des deux disques et de l'allée en fonction de x, pour x compris entre 0 et 10 m.

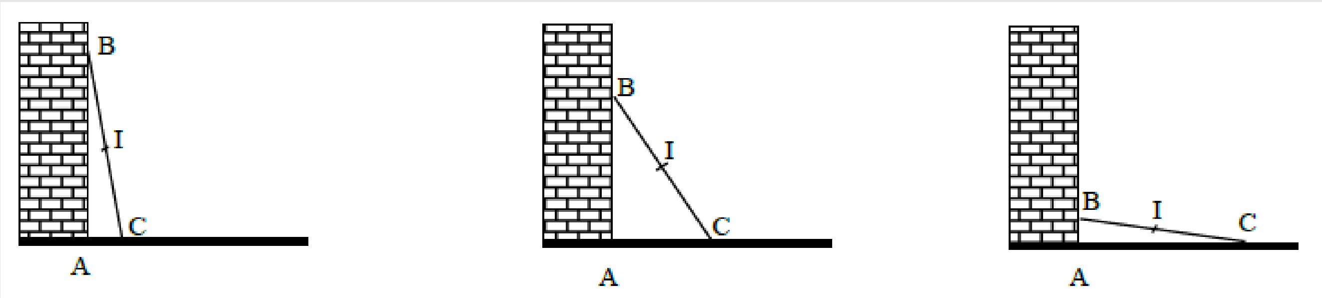
	A	B	C	D
1	*x en m*	aire du disque de rayon x en m^2	aire du disque de rayon x+1 en m^2	aire de l'allée en m^2
2	0	0,00	3,14	3,14
3	1	3,14	12,57	9,42
4	2	12,57	28,27	15,71
5				
6				
7				
8				
9				

4. Déterminer la valeur, au cm près, de x pour laquelle l'aire de l'allée fait 50 m^2.

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Sujet n° 2 : L'ÉCHELLE

Un peintre a posé une échelle [BC], de longueur 5 m, contre un mur mais cette échelle a glissé à terre. Le mur et le sol sont perpendiculaires.



Le peintre, qui est féru de mathématiques, se demande alors quelle figure a décrit le milieu I de l'échelle pendant sa chute.

Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure dynamique modélisant la situation.

2. Activer la trace du point I. Quelle figure décrit le milieu I de [BC] pendant la chute de l'échelle ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

Si on note x la longueur AC et h la hauteur du point I par rapport au sol, on a alors :

$$h = \sqrt{6{,}25 - 0{,}25x^2}$$

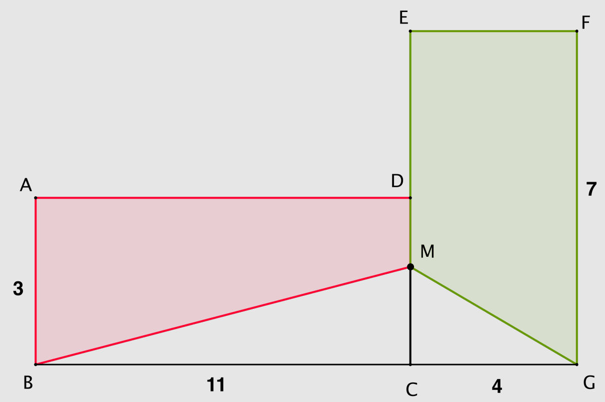
3. A l'aide d'un tableur exprimer la hauteur h en fonction de x, pour x variant de 0 à 5 m.
Rappel : dans un tableur la fonction qui permet de calculer la racine carrée d'un nombre donné est `RACINE`(écrire ici l'expression sous la racine carrée).

	A	B	C	D
1	x en m	hauteur h du point I en m		
2	0	2,50		
3	0,5	2,49		
4	1	2,45		
5	1,5			
6				
7				
8				

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Sujet n° 3 : CRÉATION D'UN VERGER

Un agriculteur possède deux champs rectangulaires et adjacents (ABCD et CEFG) dans lesquels il fait paître des bœufs.
Il veut maintenant créer un verger, où il plantera des arbres fruitiers, de forme triangulaire (BMG) comme indiqué sur la figure en face.
L'unité est l'hectomètre (hm).



L'agriculteur veut que les aires restantes à disposition des bêtes dans chaque pré soient égales : autrement dit que les quadrilatères ADMB et EFGM aient la même aire.

Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure dynamique modélisant la situation.

2. Afficher les aires des quadrilatères ADMB et EFGM ainsi que la longueur CM.

3. Pour quelle longueur CM les aires des deux quadrilatères ADMB et EFGM semblent-elles égales ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

Si on note x la longueur CM, on a alors : Aire(ADMB) $= 33 - 5{,}5x$ et Aire(EFGM) $= 28 - 2x$

4. A l'aide d'un tableur exprimer ces deux aires en fonction de x, pour x compris entre 0 et 3.

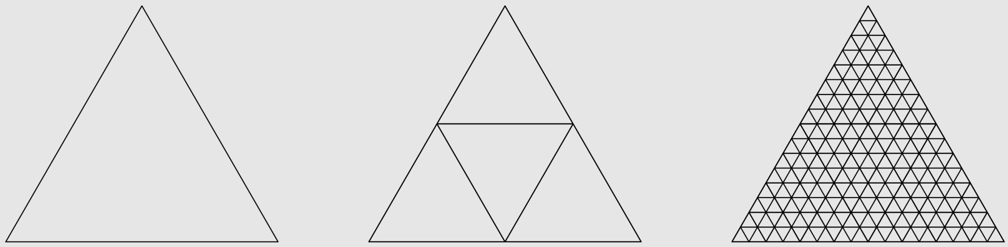
	A	B	C	D	E	F
1	x en hm	aire ADMB en ha	aire EFGM en ha			
2	0	33,00	28,00			
3	0,1	32,45	27,80			
4	0,2	31,90	27,60			
5	0,3	31,35	27,40			
6	0,4	30,80	27,20			
7						
8						

5. Déterminer, au centimètre près, la valeur de x pour laquelle les deux aires sont égales.

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Sujet n° 4 : LES TRAINGLES DE SIERPINSKI

Partant d'un triangle équilatéral, les triangles de Sierpinski sont obtenus en réitérant sans cesse le procédé de construction suivant : « on relie par trois segments les milieux des trois côtés du triangle équilatéral ».



Étape initiale **Étape 1** **Après plusieurs étapes**

NB : à chaque étape on ne compte que les triangles équilatéraux de plus petite taille obtenus. (Ainsi à l'étape 1 : seront comptés quatre triangles équilatéraux, et non pas cinq avec le triangle initial)

On veut étudier le nombre de triangles obtenus à chaque étape.

Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser la figure à l'étape 2.

2. Combien de triangles équilatéraux composent cette figure ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

3. A l'aide d'un tableur exprimer le nombre de triangles obtenus pour toutes les étapes, jusqu'à l'étape 10.

	A	B	C	D
1	**numéro de l'étape**	**nombre de triangles**		
2	0	1		
3	1	4		
4	2			
5				
6				

4. Combien d'étapes sont nécessaires pour découper le triangle de départ en plus d'un milliard de petits triangles ?

5. Combien de triangles obtient-on à l'étape 29 ? Le nombre affiché est-il exact ?

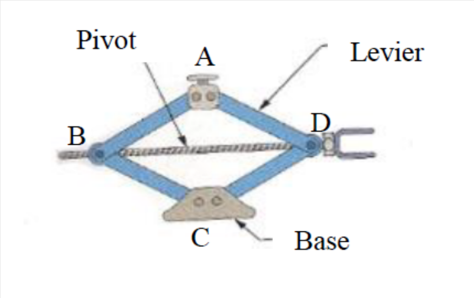
Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Sujet n° 5 : LE CRIC

Un cric est un appareil articulé qu'on peut placer sous une voiture pour la soulever (par exemple pour changer une roue).

Chaque branche du levier du cric ci-contre mesure 26 cm.

On peut modéliser le cric par un losange de côté de longueur AB = 26 cm.



On veut étudier la hauteur AC de laquelle on soulève le cric en fonction de l'écartement BD du cric.

Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure dynamique modélisant la situation.

2. Afficher les longueurs AC et BD du cric.

3. Pour quel écartement BD du cric, la voiture est-elle soulevée de 30 cm ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

Si on note l l'écartement du cric (l = BD) et si on note h la hauteur du cric (h = AC) , on a alors :

$$h = \sqrt{2704 - l^2}$$

4. A l'aide d'un tableur exprimer la hauteur h du cric en fonction de son écartement, pour l variant de 0 à 52 cm.

Rappel : dans un tableur la fonction qui permet de calculer la racine carrée d'un nombre donné est `RACINE`(écrire ici l'expression sous la racine carrée).

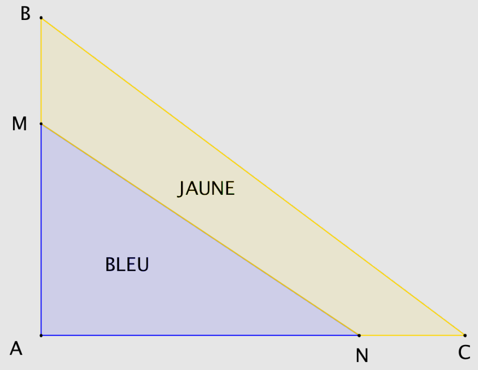
	A	B	C	D
1	**écartement *l* en cm**	**hauteur *h* en cm**		
2	0	52,00		
3	1	51,99		
4	2	51,96		
5	3	51,91		
6	4	51,85		
7				
8				
9				

5. Construire dans un repère le graphique représentant la hauteur h en fonction de l'écartement.

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Sujet n° 6 : LE FANION

Un club sportif veut faire fabriquer des fanions bicolore, jaune et bleu.
Le fanion a la forme d'un triangle rectangle, dont les côtés de l'angle droit mesurent :
AB = 6 cm et AC = 10 cm.
(MN) est parallèle à (BC).



Le but de l'exercice est de déterminer où placer le point N sur le segment [AC] pour que les aires jaunes et bleues soient égales.

Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure dynamique modélisant la situation.
Attention : N doit pouvoir être déplacé sur [AC].

2. Afficher les aires du triangle AMN et du quadrilatère MNCB ainsi que la longueur AN.

3. Pour quelle longueur valeur de AN les deux aires jaunes et bleues sont-elles égales ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

Si on note x la longueur AN, on a alors : Aire(surface bleue) = $0{,}3x^2$.

4. A l'aide d'un tableur exprimer l'aire bleue en fonction de x, pour x variant de 0 à 10 cm.

	A	B	C	D	E
1	x en cm	aire bleue en cm²			
2	0	0,00			
3	1	0,30			
4	2	1,20			
5	3				
6					
7					

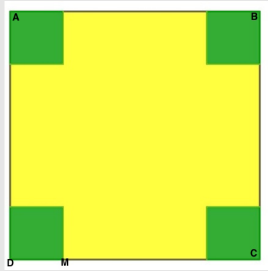
5. Déterminer, au millimètre près, la valeur de x pour laquelle les deux aires sont égales.

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Sujet n° 7 : LE DRAPEAU

GEOLAND est un pays composé principalement de deux régions :
- celle du nord, boisée, a pour couleur fétiche le vert
- celle du sud, très ensoleillée, préfère le jaune.

Les citoyens se sont mis d'accord pour que leur drapeau soit un carré contenant une croix jaune sur un fond vert.



De plus, et afin qu'aucune région ne se sente lésée, les surfaces jaune et verte doivent avoir une aire proportionnelle au nombre d'habitants de chaque région.
Ainsi la région sud étant deux fois plus peuplée que la région nord : l'aire jaune devra être le double de l'aire verte.

Le drapeau officiel sera un carré ABCD de 5 m de côté. Tous les carrés verts, aux quatre coins du drapeau sont identiques.

L'objectif est de déterminer la longueur DM pour laquelle l'aire jaune est le double de l'aire verte.

Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure dynamique modélisant la situation.
Attention : M doit pouvoir être déplacé sur le côté [DC].

2. Afficher l'aire de la surface jaune et la longueur DM.

3. Pour quelle valeur de DM l'aire jaune est-elle le double de l'aire verte ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

Si on note x la longueur DM, on a alors :

$$\text{Aire(surface verte)} = 4x^2 \quad \text{et} \quad \text{Aire(surface jaune)} = 25 - 4x^2$$

4. A l'aide d'un tableur exprimer les aires vertes et jaune en fonction de x, pour x variant de 0 à 2,5 m.

	A	B	C	D	E
1	x en m	aire verte en m^2	aire jaune en m^2		
2	0	0	25		
3	0,1	0,04	24,96		
4	0,2	0,16	24,84		
5	0,3				
6					
7					
8					
9					
10					

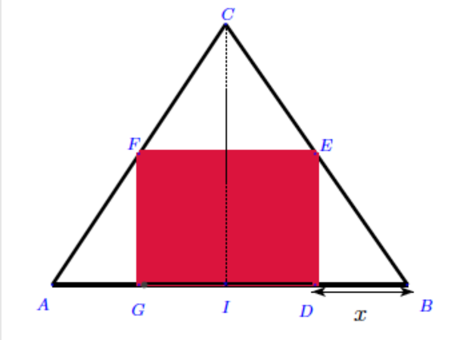
5. Déterminer, au centimètre près, la valeur de x pour laquelle l'aire jaune est le double de l'aire verte.

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Sujet n° 8 : AMÉNAGEMENT D'UNE PIÈCE

La figure ci-contre représente la coupe verticale de la toiture d'une maison dans laquelle on veut construire une pièce de section rectangulaire DEFG **dont l'aire soit la plus grande possible**.

ABC est un triangle isocèle en C avec AB = 12 m. I est le milieu du segment [AB] et IC = 9 m.



Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. À l'aide du logiciel Geogebra, réaliser une figure dynamique modélisant la situation.
Attention : D est un point qui se déplace sur le segment [IB].

2. Conjecturer l'existence d'une aire maximale pour le rectangle DEFG. Pour quelle valeur de DB, cette aire semble-t-elle maximale ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

Si on note x la longueur DB, alors on démontre que l'aire du rectangle DEFG peut s'écrire :

$$A(x) = 3x(6 - x)$$

.

3. À l'aide d'un tableur, exprimer l'aire du rectangle DEFG en fonction de x, pour x variant de 0 à 6 m.

	A	B	C
1	x en m	aire de DEFG en m²	
2	0	0	
3	0,1	1,77	
4	0,2	3,48	
5	0,3		
6			
7			
8			

4. Déterminer, au centimètre près, la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle DEFG est maximale.

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

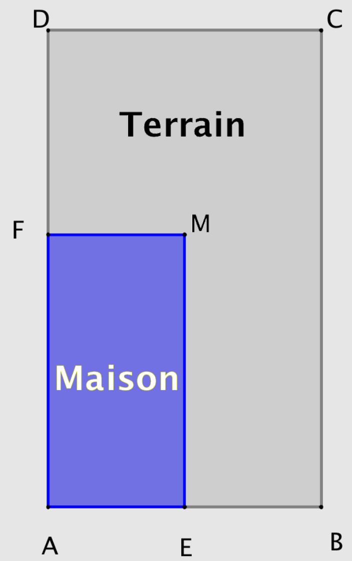
Sujet n° 9 : LA MAISON

Monsieur V. vient d'acheter un terrain sur lequel il veut faire construire une maison comme indiqué sur le plan ci-contre.

Le terrain ABCD est rectangulaire de largeur 20 m et de longueur 45 m.
La maison AEMF est elle aussi rectangulaire.
Le sommet M de la maison est sur la diagonale [AC] du terrain rectangulaire.

Le plan d'urbanisme interdit à Monsieur V. que la surface de la maison dépasse 20 % de la surface totale du terrain.

Monsieur V. se demande quelles seront la longueur et la largeur de la plus grande maison qu'il peut construire.



Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure dynamique modélisant la situation.
Attention : M doit pouvoir être déplacé sur la diagonale [AC].

2. Afficher les aires des rectangles ABCD et AEMF ainsi que la longueur AE.

3. Quelle est la valeur maximale que peut-prendre AE tout en respectant le plan d'urbanisme ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

Si on note x la longueur AE, on a alors : Aire(maison) $= 2{,}25x^2$

4. A l'aide d'un tableur exprimer l'aire de la maison en fonction de x, pour x variant de 0 à 20 m.

	A	B	C	D
1	*x en m*	aire de la maison en m²		
2	0	0,00		
3	1	2,25		
4	2	9,00		
5	3			
6				
7				
8				

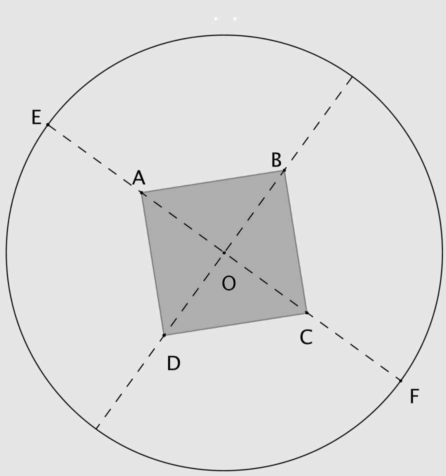
5. Déterminer, au centimètre près, la valeur maximale que peut prendre AE tout en respectant le plan d'urbanisme.

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Sujet n° 10 : AMÉNAGEMENT D'UN CDI

On veut aménager le CDI d'un collège.
Ce CDI a la forme d'un disque de centre O et de diamètre [EF] égal à 15 m.
Au centre on veut réaliser une zone de travail carrée avec tables et chaises, comme indiqué sur la figure ci-contre (carré ABCD gris). Tout autour de cette zone seront disposées des ressources : bibliothèque, ordinateurs etc.

Le documentaliste désire que la zone de travail occupe la moitié de l'aire totale du CDI.



Partie I : avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser une figure dynamique illustrant l'énoncé.
Attention : A doit pouvoir être déplacé sur [EF].

2. Afficher la longueur OA et les aires du disque et du carré ABCD.

3. Pour quelle longueur OA la zone de travail semble avoir pour aire la moitié de celle du CDI ?

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

Partie II : avec un tableur

Si on note OA $= x$, on a alors : Aire du carré ABCD $= 2x^2$

4. A l'aide d'un tableur calculer l'aire du carré ABCD en fonction de x, pour x compris entre 0 et 7,5 m.

	A	B	C	D
1	*x en m*	aire de la zone de travail en m^2		
2	0	0,00		
3	0,5	0,50		
4	1	2,00		
5	1,5	4,50		
6				
7				

5. 5. Déterminer la valeur, au cm près, de x pour laquelle l'aire de la zone de travail égale la moitié de celle du CDI.

Appeler l'examinateur pour une aide ou une vérification

.

9 Annexe 5 : document ressources

AVANT-PROPOS

La démarche expérimentale est le fondement de l'activité scientifique ; en mathématique comme dans plusieurs autres disciplines, cette démarche utilise aujourd'hui l'outil logiciel. Le travail pratique fait partie de l'activité mathématique ; il s'appuie sur des notions théoriques et demande rigueur et réflexion. Cette démarche alterne des phases d'observations et d'expérimentations et des phases de conjecture et de questionnement, faisant appel aux notions du cours et aux moyens et outils qui sont offerts par l'utilisation de certains logiciels conçus pour l'enseignement des mathématiques. C'est un travail d'allers-retours pour formuler, mettre à l'épreuve et affiner une conjecture, qu'on cherchera à démontrer que lorsqu'elle aura été validée expérimentalement.

L'objectif de ce document ressource va au-delà d'une préparation spécifique à une épreuve pratique, qui ne devrait pas poser de problèmes à des élèves ayant travaillé les énoncés de ce document. L'idée est de faire progresser les élèves de quatrième dans leur acquisition des notions du programme, en élargissant la palette des activités proposées par le professeur.

Les logiciels mis aujourd'hui à notre disposition (tant pour les élèves que pour les professeurs) constituent de formidables outils d'investigation et d'exploration de problèmes. Ils apportent une aide précieuse pour visualiser une situation, améliorer la compréhension d'un nouveau concept, expérimenter, puis conjecturer comme l'illustrent les exemples choisis dans les pages suivantes. Certes, ils ne fournissent pas la démonstration mais présentent l'avantage d'accroître la motivation des élèves et surtout de stimuler leur réflexion et de faire émerger naturellement des questions en les amenant à faire preuve d'imagination et de créativité.

Le but de ces activités est d'intégrer dans nos séquences pédagogiques des séances de travail pratique à l'aide d'un logiciel numérique. Pour que les élèves puissent travailler hors du temps de classe, il faut qu'ils puissent tous avoir un accès gratuit aux logiciels. Le choix s'est donc porté de façon naturelle sur GeoGebra, qui est libre, gratuit et multiplateforme. Il est toujours bon de rappeler que GeoGebra est un logiciel de mathématiques réunissant géométrie dynamique dans le plan et l'espace, tableur-grapheur et calcul formel. Il permet de manipuler tous les objets géométriques traditionnels : points, droites, polygones, angles, . . . Mais il permet aussi de manipuler des objets algébriques : fonctions, courbes, . . . Il est même doté d'outils statistiques : moyennes, médiane,quartiles, histogrammes, diagrammes en bâtons, . . . Il est aussi possible d'exporter des images vers plusieurs formats et surtout d'en importer afin de réaliser des manipulations géométriques ou algébriques.

Ce document contient neuf activités, de « difficultés » variables, portant sur des notions travaillées en classe de quatrième. Les parties théoriques sous-jacentes correspondent à un travail sur papier et les parties pratiques à un travail sur logiciel. Le travail de l'élève se fera en plusieurs temps et en plusieurs lieux : en classe ou hors du temps scolaire, en salle informatique ou en salle banale.

Pour chaque activité, nous avons rédigé deux parties : une page énoncé et un document d'accompagnement. Il y a deux sortes d'énoncés :

- des énoncés détaillées et directifs, où l'élève peut théoriquement avancer d'une façon autonome ;
- des énoncés « ouverts », qui se réduisent à la question posée sans donner d'indications : le professeur peut dans ce cas commencer à mener l'activité avec ses élèves à l'oral.

Pour que chaque activité il est recommandé que chaque énoncé donne lieu à un travail écrit de l'élève, constitué de deux parties à rendre ensemble ou séparément selon les cas :

- un compte rendu des parties expérimentales qui peut se décliner sous forme de « narration de recherche », avec éventuellement des impressions sur papier. Dans ce cas il faut que le nom de l'élève apparaisse dans le fichier à imprimer ;

- une rédaction des parties théoriques.

C'est une évolution de la forme et du contenu du devoir à la maison : certaines parties auront été travaillées en classe, et d'autres cherchées par l'élève de façon autonome.

Enfin, signalons que plus en plus de professeurs essaient d'utiliser les TICE et observent que l'activité mathématique de leurs élèves s'en trouve enrichie. Certains hésitent encore. Nous ne pouvons que les encourager à passer « à l'acte » en exploitant les activités proposées dans ce document tout en se les appropriant et les adaptant à leur propre public.

Remarques préliminaires sur les activités

Sujet n°	Titre	Notions introduites ou réinvesties	Outils logiciels concernés
1	Durée de vol	- Proportionnalité / échelle - Vitesse	- Effectuer des mesures sur une image importée. - Utilisation du tableur en interaction avec la fenêtre graphique.
2	Fusées de lancement	- Résolution d'un problème conduisant à la résolution d'une équation du premier degré. - Calcul littéral/distributivité	- Utilisation d'un tableur - Calcul formel
3	Moyenne	- Moyenne pondérée. - Mise en équation des données d'un problème. - Résolution d'équation de premier degré à une inconnue.	- Utilisation d'un tableur - Calcul formel
4	Aménagement de combles	- Configuration et propriété de Thalès. - Calcul littéral	- Construction dynamique, animation de points, affichage dynamique ... - Tableur et lien avec la fenêtre graphique - Calcul formel
5	Panier de basket	- Théorème de Pythagore - Cosinus - Triangle rectangle et cercle circonscrit	- Géométrie dynamique : construction, mesure de longueurs et d'angle, animation et recherche de lieu géométrique par activation de la trace.
6	Programmes de calcul	- Calcul littéral	- Tableur - Calcul formel
7	Triangles de Sierpinski	- Puissances	- Création d'un outil - Tableur
8	Archimède et le nombre π	- Comparaison de nombres relatifs - Tangente à un cercle - Bissectrices	- Géométrie dynamique : construction, affichage dynamique, création de curseurs ...
9	Remplissage de la pyramide et du pavé droit	- Aires et volumes - Propriété de Thalès - Calcul littéral	- Géométrie dynamique dans l'espace - Calcul formel

Sujet n^o 1 : Durée de vol

La compagnie Lagwiyannair vient de renouveler sa flotte par l'acquisition de deux avions LET-410 pour assurer la liaison entre Cayenne et Saint Laurent du Maroni d'une part et Cayenne et Saint Georges d'autre part. Pour cela elle doit modifier certaines informations sur son site Internet, notamment les durées de voyage.

Stagiaire dans la compagnie, tu es chargé, à l'aide de ces deux documents (ci-contre et ci-dessous) de déterminer les nouvelles durées de vol.

Modèle : LET-410
Longueur : 14,42 m
Hauteur : 5,83 m
Vitesse moyenne : 311 km/h

Objectifs :

- Extraire les informations utiles pour résoudre un problème.
- Déterminer une quatrième proportionnelle, notamment grâce au « produit en croix ».
- Utiliser l'échelle d'une carte pour déterminer une distance.
- Introduire la vitesse en tant que grandeur quotient.
- Calculer une durée à partir de la vitesse et la distance parcourue en effectuant des conversions adéquates à la situation étudiée.

Prérequis :

- En classe de quatrième : Déterminer une quatrième proportionnelle avec notamment le produit en croix.
- En classes antérieures : Grandeurs proportionnelles.

Outils T.I.C.E

- Logiciel GeoGebra (Graphique et tableur)
- Calculatrice
- Vidéoprojecteur

Ressources annexes	
Fichier GeoGebra professeur	Fichier GeoGebra élève
La carte de la Guyane au format PNG	

Place dans la progression :

Deux possibilités sont envisageables :

- Au moment des grandeurs quotients courantes (vitesse moyenne) et dans ce cas on réinvestit la méthode de recherche de la quatrième proportionnelle avec le produit en croix.
- Au moment de la proportionnalité et dans ce cas les calculs utilisant la vitesse pourrait être repris ultérieurement au moment du travail sur la vitesse moyenne.

Exemple de scénario :

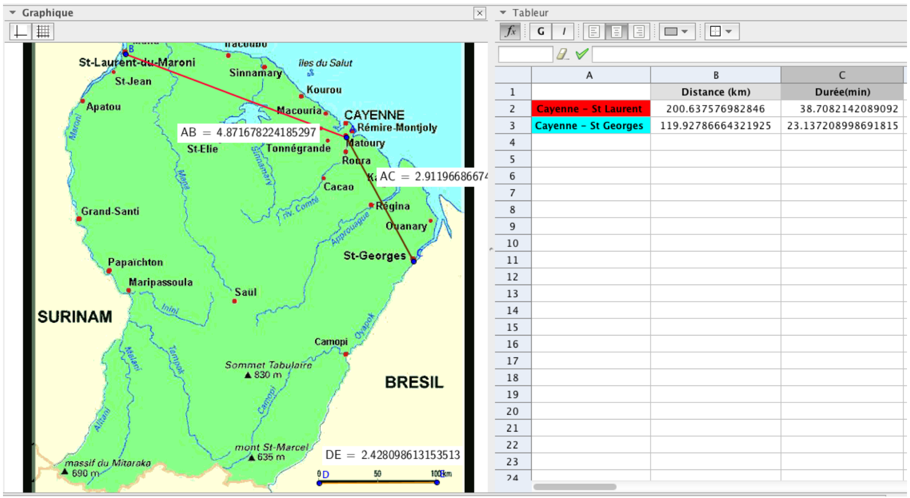
Première phase : appropriation collective de la situation et manipulation

- On distribue la fiche aux élèves et on accorde un court moment d'analyse de données par les élèves puis on peut enclencher le débat en demandant de citer les informations utiles pour parvenir à déterminer les durées de vol.

- On pourrait s'attendre pendant la phase de recherche que les élèves commencent à effectuer des mesures sur la carte qui leur a été fournie.
- Des questionnements sur les précisions des mesures pourront être évoqués en comparant certaines mesures relevées par les élèves.
- L'utilisation de la calculatrice sera fortement encouragée.

Deuxième phase : résolution collective au tableau

- A l'aide du logiciel GeoGebra on affiche, à l'aide d'un vidéoprojecteur, la carte de la Guyane dans une fenêtre graphique et on laisse les élèves guider l'enchainement des étapes de manipulation et les calculs à effectuer. Le rôle du professeur est d'organiser le débat et poser des questions sur la précision et l'exploitation des outils mis à disposition.
- Des élèves passeront au tableau pour les manipulations sur GeoGebra



Troisième phase : travail en temps libre

On peut ne traiter collectivement en classe que le trajet Cayenne-Saint Laurent du Maroni et demander aux élèves de faire de même pour Cayenne-Saint Georges. Le travail sera effectué bien évidement à l'aide de GeoGebra.

L'enseignant pourra, en fonction de ses pratiques et des moyens et infrastructure numérique disponibles dans son établissement, mettre à disposition des élèves un fichier GeoGebra dans lequel la carte est déjà insérée dans une fenêtre graphique et où chaque élève doit faire en autonomie les manipulations nécessaires pour conjecturer la distance Cayenne-Saint Georges (ouverture du tableur, construction d'un segment modélisant la distance entre les deux villes, construction du segment relatif à l'échelle, affichage dans tableur, écriture de formules, ...). On peut citer quelques pistes, sans être exhaustif, notamment la création d'une ressource dans Labomep, dépôt de la ressource sur le site du collège, envoi du fichier par courriel sur une liste de diffusion dédiée au groupe classe, création d'un dossier pour la classe sur les postes informatiques du CDI, ...

Aide à l'utilisation du logiciel

Une image se crée avec l'outil « Insérer Image ». L'image est créée avec le coin inférieur-gauche au point cliqué. La taille de l'image correspond à son nombre de pixels. On peut utiliser cet outil en cliquant sur un point existant, l'image se déplacera avec le point. Même si on ne l'a pas fait, on peut déplacer l'image avec l'outil déplacer, directement en la sélectionnant.

On peut régler l'opacité (la transparence) de l'image par le menu Propriétés/Couleur. C'est utile si on veut voir à travers les axes, la grille, les objets créés précédemment que l'image recouvre.

Une fois l'image placée, on peut choisir, par son menu Propriétés/Basique de la mettre en image de fond : elle est alors non sélectionnable et ne constituera plus qu'un élément de décor. On peut rendre sa position fixe, indépendamment des déplacements et agrandissements de la fenêtre graphique : il suffit de cocher « Position absolue sur l'écran » par un clic droit sur l'image. Une image en fond d'écran est très intéressante pour apprendre aux élèves à faire une figure mathématique à partir d'une situation concrète. Dans le cas de cette activité, il suffit de se procurer l'image de la carte et la mettre en fond d'écran. Les élèves tracent alors par dessus l'image, avec les outils GeoGebra.

A l'aide de GeoGebra, on peut spécifier les coins de l'image. En effet, par le menu « Propriétés/Position » vous pouvez préciser jusqu'à 3 coins : le coin inférieur gauche (numéro 1), le coin inférieur droit (numéro 2) et le coin supérieur gauche (numéro 4). Le quatrième coin n'est pas réglable, c'est le quatrième sommet du parallélogramme formé par les 3 premiers. Quand on déplace les points, l'image suit, et de manière très fluide.

En combinant les deux précédents paragraphes, on peut créer une image de fond qui occupe tout l'écran. Pour y parvenir, il faut préciser comme coins : `Coin[1], Coin[2], Coin[4]`. Pour une image qui occuperait, par exemple la moitié inférieure gauche de l'écran, vous pouvez utiliser les coins suivants :

```
C_1=Coin[1]
C_2=Coin[1]+0.2(Coin[2]-Coin[1])
C_4=Coin[1]+0.2(Coin[4]-Coin[1])
```

Évaluation des connaissances et des compétences

PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE, RÉSOUDRE DES PROBLÈMES :

- rechercher, extraire et organiser l'information utile
- réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes

Organisation et gestion de données : reconnaître des situations de proportionnalité.

Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur.

Grandeurs et mesures : réaliser des mesures (longueurs, durées, ...), calculer des valeurs (vitesses, ...) en utilisant différentes unités.

Évaluation B2I

S'approprier un environnement informatique de travail : utiliser les logiciels et les services à disposition.

Créer, produire, traiter, exploiter des données : traiter une image , organiser la composition d'un document, prévoir sa présentation en fonction de sa destination.

Sujet n$^{\text{o}}$ 2 : Fusées de lancement

Le Centre spatial guyanais (CSG) est une base de lancement française et européenne, située près de Kourou qui a été mise en service en 1968. La fusée européenne Ariane 5, utilisée principalement pour le lancement des satellites de télécommunications, est tirée depuis cette base. Pour compléter Ariane 5 deux nouveaux nouveaux types de fusée ont été introduits - Vega(inauguration en 2012) et Soyouz (inauguration en 2011) - permettant à l'Agence spatiale européenne (ESA) de disposer d'une gamme complète de lanceurs.

Vega

Ariane 5

Soyouz

- La hauteur de Soyouz est égale à 50 m.
- La hauteur d'Ariane 5 dépasse celle de Vega de 26,25 mètres.
- Le double de la hauteur de Vega (en mètres) auquel on rajoute 0,5 m est égal à la hauteur d'Ariane 5 (en mètres).

Le constructeur de Soyouz a déclaré : « notre fusée est la plus haute parmi les trois lanceurs de la base de Kourou ». Que pensez-vous de cette déclaration ?

Objectifs :

- Extraire les informations utiles pour résoudre un problème.
- Utiliser un tableur pour affirmer ou infirmer une proposition.
- Mettre en équation les données d'un problème.
- Résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

Prérequis :

- En classe de quatrième : calcul littéral.
- En classe de cinquième : distributivité.

Outils T.I.C.E

Tableur

Place possible dans la progression :

Lors de la première séance de la séquence sur la résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

Scénario possible :

Phase d'appropriation du problème par les élèves :

- Dans un premier temps, on peut commencer par choisir quelques valeurs prises par la hauteur de Vega et demander aux élèves de donner celles d'Ariane correspondantes.
- Dans un deuxième temps on compare le double de la hauteur de Vega à laquelle on rajoute 0,5 m à celle d'Ariane. Pour cela, on peut présenter ces calculs sous forme d'un tableau afin de faire émerger plus tard la possibilité d'utilisation d'un tableur.

hauteur de Vega	V= double de hauteur de Vega + 0,5	A= hauteur d'Ariane
....	....	....
....	....	....

Phase de recherche avec tableur :

- On demande aux élèves de proposer une méthode rapide qui permet de tester l'égalité V=A pour plusieurs valeurs de V.
- Les élèves s'installent alors par binôme sur les ordinateurs pour effectuer leur recherche en autonomie notamment pour le choix du pas.

Phase d'analyse :

- Discussion sur le choix du pas.

- Ajustement du pas en fonction des résultats observés.

Phase de conjecture :

Après avoir choisi un pas adéquat, les élèves arriveront à la conjecture.

Phase de démonstration :

- Choix de l'inconnue, par exemple $x =$ hauteur de Vega et l'écriture de celle d'Ariane en fonction de x.
- Écriture des expressions littérales de V et A.
- Écriture de l'égalité traduisant l'énoncé.
- Apport théorique du professeur concernant les manipulations permises sur les équations en leur donnant du sens.
- Résolution de l'équation avec la participation des élèves.

Évaluation des connaissances et des compétences

PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE, RÉSOUDRE DES PROBLÈMES :

- rechercher, extraire et organiser l'information utile
- Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté

Nombres et calculs : mener à bien un calcul : à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur.

Évaluation B2I

S'approprier un environnement informatique de travail : utiliser les logiciels et les services à disposition. Utiliser, gérer des espaces de stockage à disposition.

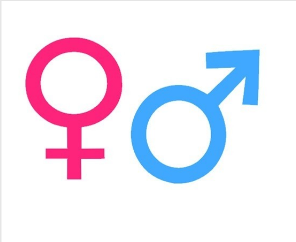
Créer, produire, traiter, exploiter des données : organiser la composition d'un document.

Sujet n° 3 : Moyenne

Dans une classe de 35 élèves, la moyenne trimestrielle des filles est 12 et celle des garçons 9,5.

La moyenne de la classe est 10,5.

Combien y-a-t-il de filles ?



Objectifs :

- Réinvestir la notion de moyenne pondérée.
- Mettre en équation les données d'un problème.
- Résoudre, par diverses méthodes, un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

Prérequis :

- Moyenne pondérée.
- Résolution d'une équation de premier degré à une inconnue.

Outils T.I.C.E

Tableur

Place possible dans la progression :

- En fin de séquence sur la résolution des équations de premier degré à une inconnue.
- Réinvestissement de la moyenne pondérée.

Scénario possible :

Ce travail en temps libre pourrait être réalisé par les élèves en plusieurs étapes. On valorisera toute démarche entretenue par l'élève et conduisant à la solution.

1$^{\text{er}}$ temps : On accorde aux élèves une phase d'appropriation et de recherche en temps libre et on donne une échéance pour faire le point collectivement sur les diverses démarches engagées et sur les difficultés éventuellement rencontrées.

2$^{\text{ème}}$ temps : On peut suggérer l'utilisation d'un tableur afin d'observer toutes les moyennes possibles en fonction des effectifs possibles des filles dans la classe. Dans ce cas, on demandera aux élèves de communiquer leur travail, par mél par exemple, et de donner leur conjecture.

Tableur

	A	B	C
1	Nombre de filles	Nombre de garçons	Moyenne
2	1	34	9.57
3	2	33	9.64
4	3	32	9.71
5	4	31	9.79
6	5	30	9.86
7	6	29	9.93
8	7	28	10
9	8	27	10.07
10	9	26	10.14
11	10	25	10.21
12	11	24	10.29
13	12	23	10.36
14	13	22	10.43
15	14	21	10.5
16	15	20	10.57
17	16	19	10.64
18	17	18	10.71
19	18	17	10.79
20	19	16	10.86
21	20	15	10.93
22	21	14	11

3ème temps : Une fois les travaux des élèves sont reçus et analysés, on fait le point avec toute la classe puis on demande de démontrer le résultat par le calcul. On s'attend bien sûr à une mise en équation, et le travail sera rendu sur feuille avec une rédaction détaillée de la résolution.

Évaluation des connaissances et des compétences

PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE, RÉSOUDRE DES PROBLÈMES :

- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale, démontrer
- Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté

Organisation et gestion de données : utiliser des moyennes et exploiter des données statistiques.

Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur

Évaluation B2I

Communiquer, échanger :

- Écrire, envoyer et diffuser.
- Recevoir un commentaire, un message y compris avec pièce jointe.

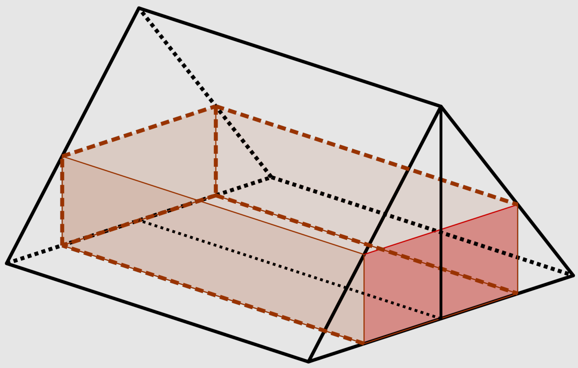
S'approprier un environnement informatique de travail : Utiliser les logiciels et les services à disposition.

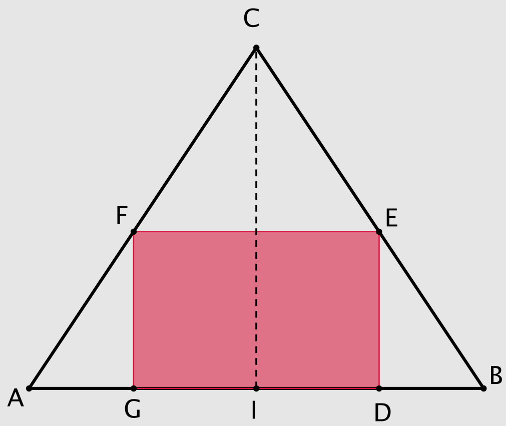
Créer, produire, traiter, exploiter des données : organiser la composition d'un document, prévoir sa présentation en fonction de sa destination.

Sujet n° 4 : Aménagement de combles

Énoncé : Dans les combles d'une maison, on veut construire une pièce en forme de pavé droit dont le volume soit le plus grand possible. En fixant la longueur de la pièce à 8m, la coupe verticale de la toiture est alors une section rectangulaire DEFG dont l'aire doit être maximale.

ABC est un triangle isocèle en C avec AB = 4,7 m. I est le milieu du segment [AB] et IC = 3,68 m.





Quelle est la position du point D pour que le volume de la pièce à construire soit maximum ?

Notation :

On note x = DB.

1) À l'aide du logiciel GeoGebra, réaliser une figure dynamique. (D est un point qui se déplace sur le segment [IB])

2) Conjecturer l'existence d'une aire maximale pour le rectangle DEFG. Pour quelle valeur de x, cette aire semble-t-elle maximale ?

3) À l'aide du tableur de GeoGebra , afficher les différentes valeurs de l'aire du rectangle DEFG en déplaçant le point D de I vers B. A-t-on la même conjecture ?

4) On démontre que l'aire du rectangle DEFG peut s'écrire $A(x) = \dfrac{184}{1175} \times x \times (47 - 20x)$ et que son maximum est atteint pour 4,324 m^2.

Déterminer la position exacte du point D pour que l'aire de la section rectangulaire soit maximale et en déduire, dans ce cas, le volume de la pièce.

Ressources annexes
Fichier GeoGebra pour afficher une animation

Notions de 4ème abordées dans le sujet :

- **Configuration de Thalès :** connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes.
- **Calcul littéral**
- **En réinvestissement :** calculer l'aire d'un triangle.

Place possible dans la progression

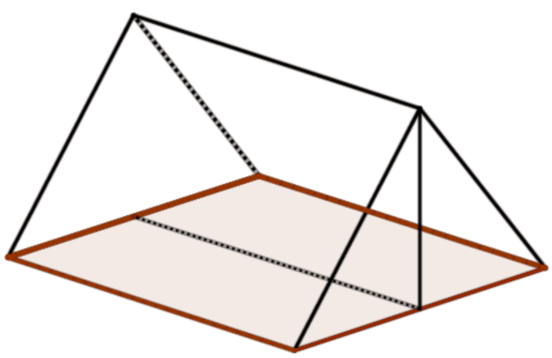
Cette activité de synthèse, a toute sa place dans le cadre de mobilisation de connaissances des élèves autour de la propriété de Thalès et le calcul littéral. L'expression de l'aire du rectangle est un trinôme de second degré et le calcul des valeurs prises par l'expression littérale est réalisée à partir d'un tableau de valeurs grâce au tableur. En l'absence d'outils disponibles à un élève de quatrième pour résoudre une équation de second degré à une inconnue, l'utilisation du calcul formel est une autre alternative pour la résolution de l'équation $A(x) = 4{,}324$.

Aide à la mise en oeuvre :

- Les questions **1)** et **2)** peuvent être proposées comme travail en temps libre (le mettre par exemple dans une ressource Labomep ou communication des travaux des élèves par mél).
- La question **3)** permet de travailler sur la lecture graphique. Elle est traitée en TP.
- La question **4)** :
  - la recherche de l'expression $A(x)$ peut être donné comme travail en temps libre en guise d'exercice d'application du théorème de Thalès.
  - la détermination de la position du point D se fait en même temps que **3)** en salle informatique.
  - la recherche de la position exacte s'effectue à l'aide d'un calcul formel en résolvant l'équation $A(x) = 4{,}324$.

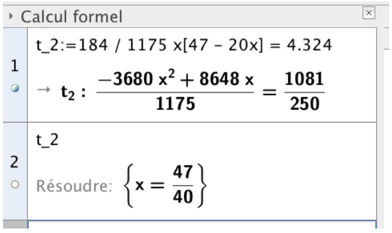
Aide à l'utilisation du logiciel :

- Afin que les élèves arrivent à mieux appréhender le problème posé, on pourrait commencer par projeter au tableau l'animation suivante :



Cela permet aux élèves de voir quelle est la dimension fixe du pavé droit et quelles sont les dimensions variables.

- Pour la question **3)** : dans le champ de saisie, on peut créer deux variables `l` et `aire`, avec `l=distance[D,B]`, et `aire=aire[DEFG]`. On ouvre un tableur dans GeoGebra, et dans la fenêtre algèbre, en cliquant droit sur la variable `l` puis sur `aire`, on choisit à chaque fois l'option : « enregistrer dans un tableur ». On place le point D sur I et en animant son déplacement vers B on enregistre automatiquement les valeurs respectives de la distance DB et de l'aire de DEFG dans le tableur.
- Pour la question **4)** : dans la fenêtre calcul formel on saisit `184/1175 x (47-20x)=4.324` et puis avec l'icône « Résoudre » on obtient la valeur exacte de la solution de l'équation.



Évaluation des compétences :

« PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE, RÉSOUDRE DES PROBLÈMES »

Il n'est pas nécessaire qu'une **compétence soit totalement maîtrisée pour être acquise**.

➢ **Rechercher, extraire et organiser l'information utile**

L'élève est capable :

- d'extraire de l'énoncé les informations utiles ;
- de distinguer les faits établis des faits à prouver ;
- de confronter l'information disponible à ses connaissances ;
- de reformuler, traduire, coder ou décoder les informations de l'énoncé pour les utiliser.

➢ **Réaliser, manipuler, appliquer des consignes**

Le professeur appréciera le degré de maîtrise du logiciel par l'élève.

➢ **Raisonner, argumenter, démontrer**

L'élève est capable :

- d'émettre une conjecture ;
- de proposer une démarche de résolution du problème ;
- de confronter le résultat obtenu au résultat attendu ;
- de valider ou d'invalider la conjecture.

➢ **Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté**

L'élève est capable :

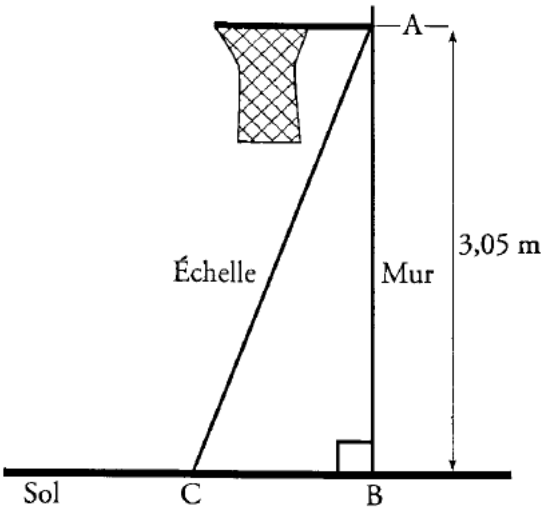
- d'expliquer à l'oral ou à l'écrit sa réalisation (figure, feuille de tableur, ...), sa conjecture, son raisonnement en cohérence avec ce qu'il a fait.

Sujet n° 5 : Panier de Basket

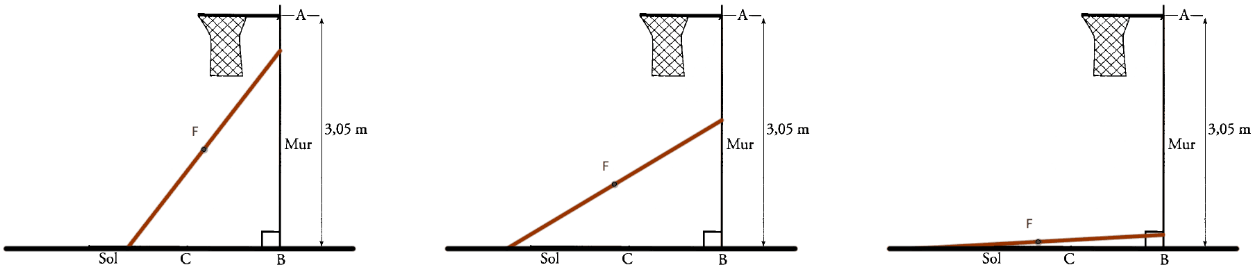
1. Tony veut installer chez lui un panier de basket. Il doit le fixer à 3,05 m du sol. L'échelle dont il se sert mesure 3,20 m de long.

A quelle distance du pied du mur doit-il placer l'échelle pour que son sommet soit juste au niveau du panier ?
(Donner une valeur approchée au cm près.)

2. Calculer l'angle formé par l'échelle et le sol.
(Donner une valeur approchée au degré près.)



3. Tony, qui est féru de mathématiques, se demande alors quelle figure pourrait-il décrire le milieu F de l'échelle si cette dernière chutait en glissant à terre ?



En simulant la chute de l'échelle, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, afficher la trace du point F.

Justifier, alors, la nature de la figure décrite par le point F.

Ressources annexes		
Fichier GeoGebra	Le panier de basket sans échelle (PNG)	Le panier de basket avec l'échelle (PNG)

Notions de quatrième abordées dans le sujet

- **Théorème de Pythagore :** Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.
- **Trigonométrie :** le cosinus.
- **Triangle rectangle :** la longueur d'une médiane d'un triangle est la moitié de celle du côté correspondant.

Place possible dans la progression

On peut proposer ce sujet comme une activité de synthèse pendant laquelle l'élève sera amené à mobiliser plusieurs connaissances (voir ci-dessus). Le logiciel de géométrie dynamique apportera dans chaque question traitée une aide à la conjecture qui doit être par la suite argumentée et puis démontrée.

Aide à la mise en oeuvre

On peut envisager le scénario suivant :

Phase 1 (questions 1. et 2.) : modélisation et conjecture
Les élèves modélisent la situation par une figure géométrique adaptée respectant les données du problème pour conjecturer par la suite la distance entre le pied de l'échelle et celui du mur ainsi que l'angle formé par l'échelle et le sol.

Phase 2 (questions 1. et 2.) : démonstration
On pourra demander aux élèves de rédiger les deux démonstrations relatives aux deux premières questions hors temps d'enseignement.

Phase 3 (questions 3.) : utilisation du mode « trace activée » et conjecture
La modélisation de la chute de l'échelle peut être modélisée soit directement sur la figure construite à l'occasion de la résolution des deux premières questions soit sur une image insérée dans la fenêtre graphique et fournie par le professeur (voir fichiers annexes).
Le professeur veillera à ce que le point A soit un point mobile sur le mur. Le point modélisant le pied de l'échelle, est l ?intersection entre le sol et le cercle de centre A de rayon 3,2 unités de GeoGebra.

Phase 4 (questions 3.) : démonstration
La rédaction de la preuve peut être rédigée par les élèves hors temps d'enseignement.

Évaluation des compétences :

« PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE, RÉSOUDRE DES PROBLÈMES »

Il n'est pas nécessaire qu'une **compétence soit totalement maîtrisée pour être acquise**.

➢ Rechercher, extraire et organiser l'information utile

L'élève est capable :

- d'extraire de l'énoncé les informations utiles ;
- de distinguer les faits établis des faits à prouver ;
- de confronter l'information disponible à ses connaissances ;
- de reformuler, traduire, coder ou décoder les informations de l'énoncé pour les utiliser.

➢ **Réaliser, manipuler, appliquer des consignes**

Le professeur appréciera le degré de maîtrise du logiciel par l'élève.

➢ **Raisonner, argumenter, démontrer**

L'élève est capable :

- d'émettre une conjecture ;
- de proposer une démarche de résolution du problème ;
- de confronter le résultat obtenu au résultat attendu ;
- de valider ou d'invalider la conjecture.

➢ **Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté**

L'élève est capable :

- d'expliquer à l'oral ou à l'écrit sa réalisation (figure sur papier ou à l'aide d'un logiciel, calculatrice, ...), sa conjecture, son raisonnement en cohérence avec ce qu'il a fait.

Sujet n° 6 : Programmes de calcul

On considère le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre Prendre son double Ajouter 3 Calculer le carré du résultat Enlever 9

Partie I

1. A l'aide d'un tableur, faire fonctionner le programme avec des nombres entiers positifs.
2. Les affirmations suivantes vous semblent-elles vraies ou fausses ?

Affirmations	**VRAI**	**FAUX**
Le programme de calcul ne donne jamais un résultat divisible par 3		
Le résultat est un multiple de 4		
8 est toujours un diviseur du résultat		

Partie II

On choisit maintenant au départ un nombre quelconque.
Les affirmations suivantes vous semblent-elles vraies ou fausses ?

Affirmations	**VRAI**	**FAUX**
Le programme donne toujours un résultat positif		
Le programme donne 0 pour exactement deux nombres		
Le programme peut donner -10 comme résultat		

Notions de quatrième

- Calcul littéral comme outil de démonstration de propriétés numériques.
- En réinvestissement : différentes écritures d'un nombre (parité), multiples et diviseurs (critères de divisibilité), comparaison de relatifs (règles algébriques).

Aide à la mise en oeuvre de l'activité

Cette activité peut aussi bien être traitée en classe entière (avec au minimum un poste informatique et des calculatrices) qu'en TP en salle informatique. Elle est conçue pour alterner un travail d'exploration et de conjectures avec un travail de démonstration. En particulier, elle a pour objectif de mettre en évidence que si un contre-exemple suffit à invalider une affirmation, les exemples eux ne peuvent en permettre la validation. Un recours au calcul littéral est alors indispensable.

De plus, l'activité a un réel souci de différenciation dont il faut tenir compte lors de la mise en oeuvre.

La première affirmation fausse n'est là que pour s'assurer de la justesse des formules construites et la bonne appropriation du programme de calcul par les élèves.

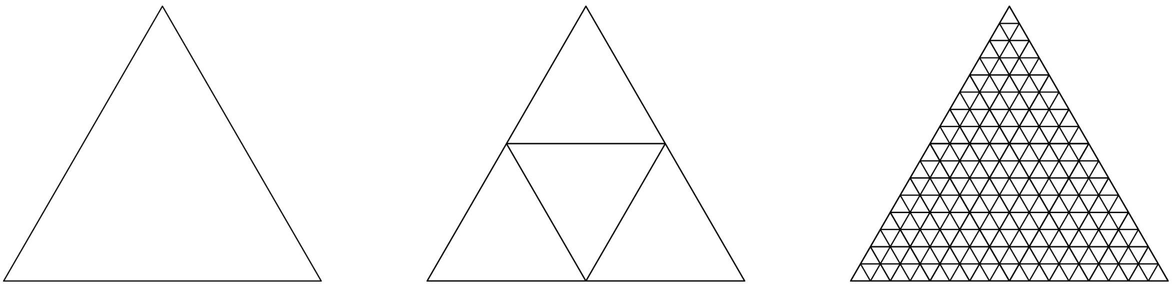
Les seconde et troisième affirmations, vraies toutes les deux, nécessitent la mise en place d'un outil de contrôle sur le tableur (diviser par 4, 8 ...) et un recours au calcul littéral pour écrire et transformer l'expression traduisant le programme donné. L'affirmation 3 nécessite même la considération de deux cas selon la parité du nombre de départ (et donc son écriture sous la forme $2n$ ou $2n + 1$). L'établissement d'une preuve est donc plus délicat.

Dans la seconde partie, on retrouve ce schéma. Néanmoins, hormis l'invalidation par contre-exemple de la première proposition, la preuve de validation des deux autres propositions n'est pas à la portée d'un élève de quatrième. Le calcul formel vient dans ce cas comme une alternative à la résolution de certains problèmes dont on ne dispose pas d'outils pour les résoudre algébriquement.

NB : Une partie du travail de démonstration peut être donnée comme travail hors temps d'enseignement.

Sujet n^o 7 : Triangles de Sierpinski

Partant d'un triangle équilatéral, les triangles de Sierpinski sont obtenus en réitérant sans cesse le procédé de construction suivant : « on relie par trois segments les milieux des trois côtés du triangle équilatéral ».



Étape initiale **Étape 1** **Après plusieurs étapes**

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, représenter la figure à l'étape 1.

2. En combien de triangles, le triangle de départ a-t-il été découpé :

a. à l'étape 2 ;
b. à l'étape 5 ;
c. à l'éape 10 ?

3. Combien d'étapes sont nécessaires pour découper le triangle de départ en plus d'un milliard de petits triangles ?

4. Combien de triangles obtient-on à l'étape 30 ? Le nombre obtenu à l'aide des instruments (calculatrice ou tableur) est-il exact ?

Ressource annexe
Fichier GeoGebra pour l'interface professeur d'illustration

Notions de quatrième abordées dans le sujet

Puissances d'exposant entier.

Aide à la mise en oeuvre de l'activité

Si l'activité rend explicite le recours à un logiciel de géométrie dynamique, elle laisse libre l'élève de conduire les calculs à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur. L'utilisation du tableur permet simplement de conserver plus facilement une trace écrite des calculs conduits au fur et à mesure. La construction d'un tableau sur feuille peut aussi se concevoir au moins pour les premières questions. Le recours au tableur pourra alors se faire plus tardivement dans l'activité à la demande des élèves.

La réalisation d'une figure au-delà de l'étape 3 (modèle proposé dans l'énoncé) s'avère peu envisageable même si l'on a créé un outil personnalisé (voir aide à l'utilisation du logiciel). Cependant certains devront s'y engager avant de s'en apercevoir. C'est l'objectif de la question **2.**

La question suivante peut, selon les modalités d'affichage des instruments utilisés, amener à évoquer les puissances de 10 et la notation scientifique.

La dernière question tient à attirer l'attention des élèves sur l'importance qu'il y a à garder un esprit critique sur des résultats trouvés, même si c'est à l'aide d'instruments de calcul. La plupart des calculatrices et tableurs à ce niveau d'étapes donnera un nombre sous forme décimale ou en écriture scientifique dont le chiffre des unités est 0 : ce qui est impossible puisqu'il ne peut n'être que 4 ou 6.

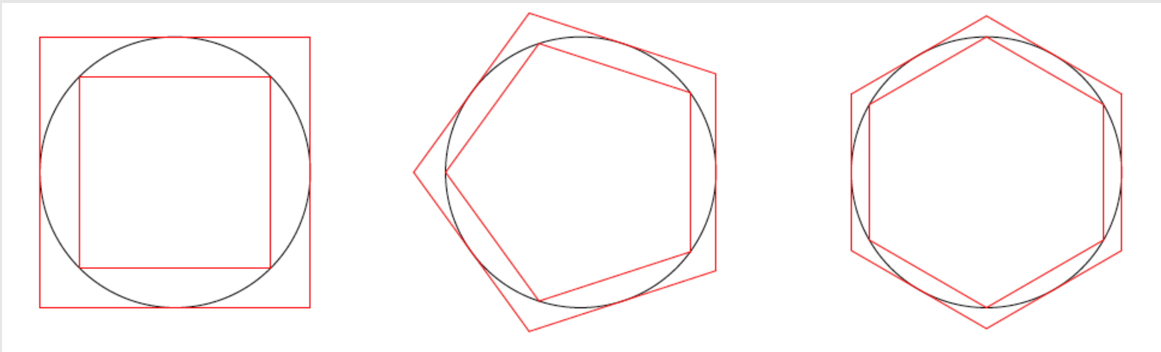
Aide à l'utilisation du logiciel

Cette activité peut être l'occasion de montrer aux élèves comment créer un outil personnel grâce à la boîte à outil de GeoGebra.
Pour ce faire il convient par exemple :
- de réaliser entièrement la figure à l'étape 1 (ne pas faire afficher les points et tracés inutiles qui encombrent la figure). Il est conseillé de créer un triangle équilatéral avec l'icône « polygone régulier », construire les milieux respectifs des trois côtés et enfin créer les quatre nouveaux triangles avec toujours l'icône des polygones réguliers.
- de sélectionner dans le menu « outils » : « créer un nouvel outil »
- de choisir comme objets initial le grand triangle
- de choisir comme objets finaux l'ensemble des triangles crées à partir du triangle initial.

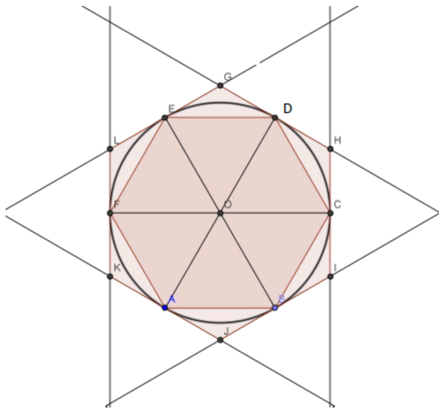
SUJET N$^{\text{O}}$ 8 : ARCHIMÈDE ET LE NOMBRE π

Le nombre π est, on pourrait dire par définition, la circonférence d'un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre 1.

L'idée d'ARCHIMÈDE, qui savait comparer et mesurer des longueurs de segments de droite, est d'encadrer ce nombre π par les périmètres de polygones inscrits dans $\mathcal{C}$ ou circonscrits à ce cercle.



Quel encadrement de π obtient-on avec cette méthode ?



Partie I : constructions.

1) À l'aide de GeoGebra, construire un segment [AB] de longueur 1 cm puis, à partir de ce segment, construire un hexagone régulier ABCDEF.

2. Construire le cercle circonscrit à l'hexagone ABCDEF. On nommera O son centre.

3. Construire l'hexagone régulier GHIJKL comme indiqué sur la figure ci-contre.

Partie II : approximation de π.

4. Afficher le périmètre P_1 de l'hexagone ABCDEF et le périmètre P_2 de l'hexagone GHIJKL.

5. En déduire un encadrement du nombre π au centième.

Partie III : et si on faisait mieux ! !

6. Réaliser une figure dynamique où le nombre de côtés de chaque polygone varie entre 3 et 60.

7. Donner alors une approximation de π avec quinze décimales.

Ressources annexes	
Fichier GeoGebra	Planche de BD (PNG)

Notions de quatrième abordées dans le sujet

- **Comparaison de nombres relatifs :** écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice, . . .
- **Figures planes :** construire la tangente à un cercle en l'un de ses points. Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.

Place possible dans la progression

Lors d'une séquence consacrée au problème de comparaison de nombres relatifs.

Aide à la mise en œuvre

Le problème posé par l'approximation du nombre π aura sans doute été abordé à plusieurs reprises en cours d'année. Un bref exposé du professeur replaçant l'activité dans son contexte culturel et historique peut servir d'introduction à l'activité.

Les élèves sont laissés en autonomie par binôme. Le professeur circule entre les groupes afin d'aider ceux qui bloquent.

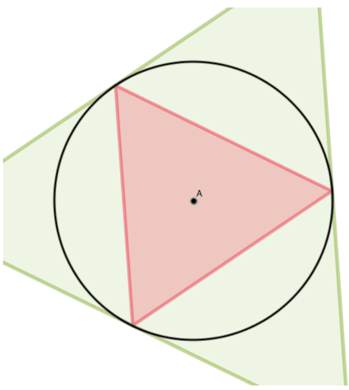
La partie III pourrait être traitée en classe afin de montrer aux élèves la manipulation des curseurs et leur utilité.

Dans la question **3.** l'élève élabore une stratégie de construction. Par exemple il définit les sommets du second hexagone comme intersection de perpendiculaires aux diagonales du premier hexagone. (NB : il peut faire intervenir d'autres droites, bissectrices, médiatrices)

Aide à l'utilisation du logiciel :

Dans la partie III, on peut créer un curseur représentant un nombre entier compris entre 3 et 60 qui va représenter le nombre de côtés de chaque polygone régulier. On effectue, alors la construction pour une valeur particulière du curseur (par exemple pour la valeur 3 qui correspond à deux triangles équilatéraux respectivement inscrit et circonscrit au cercle de rayon 1 et puis par animation du curseur on obtient un encadrement de π en fonction du nombre de côtés de chacun des deux polygone réguliers.

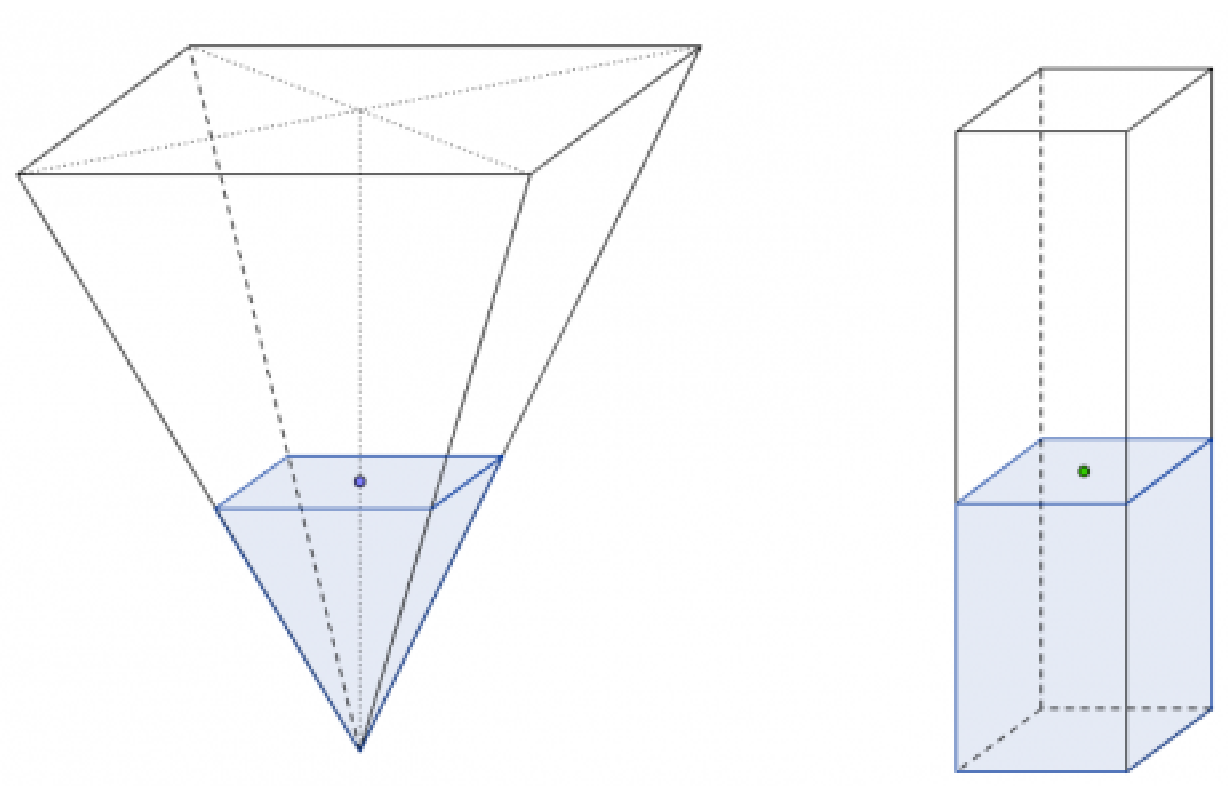
On pourrait alors réaliser l'animation suivante :



Évaluation des compétences

Pratiquer une démarche scientifique ou technologique	Capacités susceptibles d'être évaluées en situation
Rechercher, extraire et organiser l'information utile.	- Extraire l'information utile à partir d'un document, d'une figure. - Comparer des grandeurs.
Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.	- Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour réaliser un calcul, une approximation.
Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.	- Établir une stratégie pour construire une figure géométrique.
Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.	- Expliquer la démarche suivie et les conclusions à l'oral puis à l'écrit.

Sujet n° 9 : Remplissage de la pyramide et du pavé droit



On dispose de deux récipients :

- le premier a la forme d'une pyramide de hauteur 15 cm et dont la base est un carré de côté 6 cm,
- le deuxième a la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur 15 cm et dont la base est un carré de côté 2 cm.

On remplit les récipients avec une même hauteur d'eau.

Y a-t-il une hauteur pour laquelle les deux volumes d'eau sont égaux ?

Ressources annexes	
Animation des volumes avec curseur	Affichage des volumes dans un tableur
Section de la pyramide (PNG)	

Notions de quatrième abordées dans le sujet

- **Aires et volumes :** calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = \frac{1}{3}Bh$.
- **Propriété de Thalès :** connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.
- **Calcul littéral :** calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.
- **En réinvestissement (classe de sixième) :** déterminer le volume d'un parallélépipède rectangle en se rapportant à un dénombrement d'unités ou en utilisant une formule.

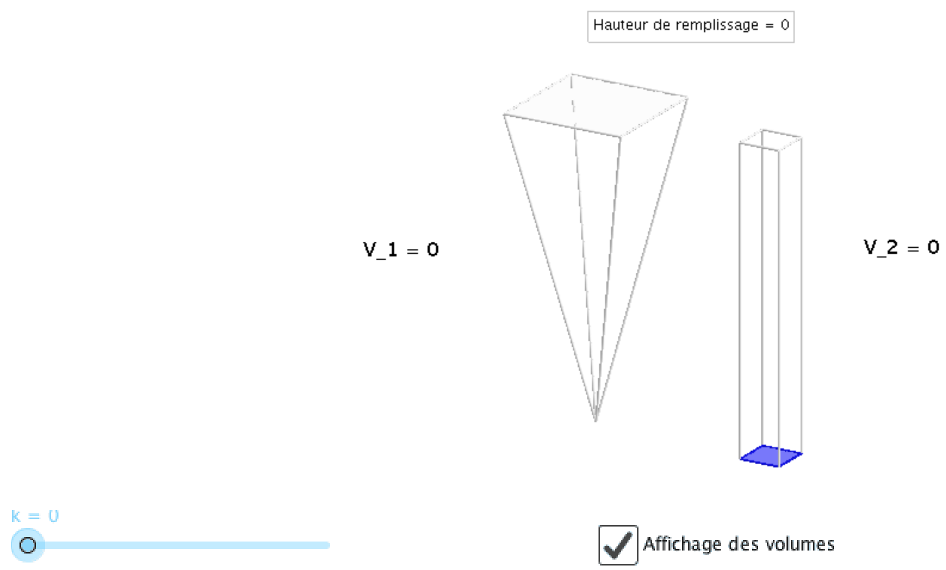
Place possible dans la progression

A l'issue d'une séquence sur le volume d'une pyramide en supposant que la propriété de Thalès arrive plus tôt dans la progression annuelle.

Aide à la mise en oeuvre

Afin de mener cette activité avec les élèves, on pourra envisager le scénario suivant :

- **Séance 1 :**
  - *Présenter et explorer la situation avec la figure dynamique en projection collective.*



– *Phase de recherche.*

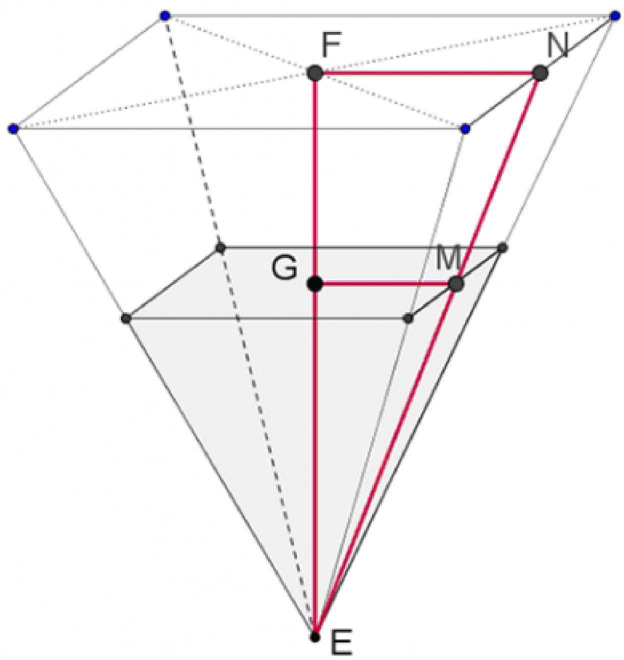
On accorde aux élèves un temps de recherche, puis on relève les idées et conjectures immédiates.

Une première conjecture (éventuelle) est que les volumes sont égaux quand la hauteur est maximale. Dans ce cas, on fait calculer les volumes « à la main », ce qui permet aux élèves de rentrer dans l'activité et de se mettre au travail. Le calcul des volumes, en cm^3, des récipients remplis donne $V_{pyramide} = \dfrac{6 \times 6 \times 15}{3} = 180$ et $V_{pav\ droit} = 2 \times 2 \times 15 = 60$, ce qui invalide $h = 15$ comme solution au problème.

La figure GeoGebra permet de comprendre la variation des volumes en fonction de la hauteur et percevoir qu'il existe une solution non nulle. Elle permet aussi de mettre en défaut la linéarité et d'introduire la notion de variable (ici il s'agit de la hauteur) qui sera plus tard une inconnue à déterminer (par un calcul formel) pour que les deux volumes soient égaux.

– *Travail en temps libre*

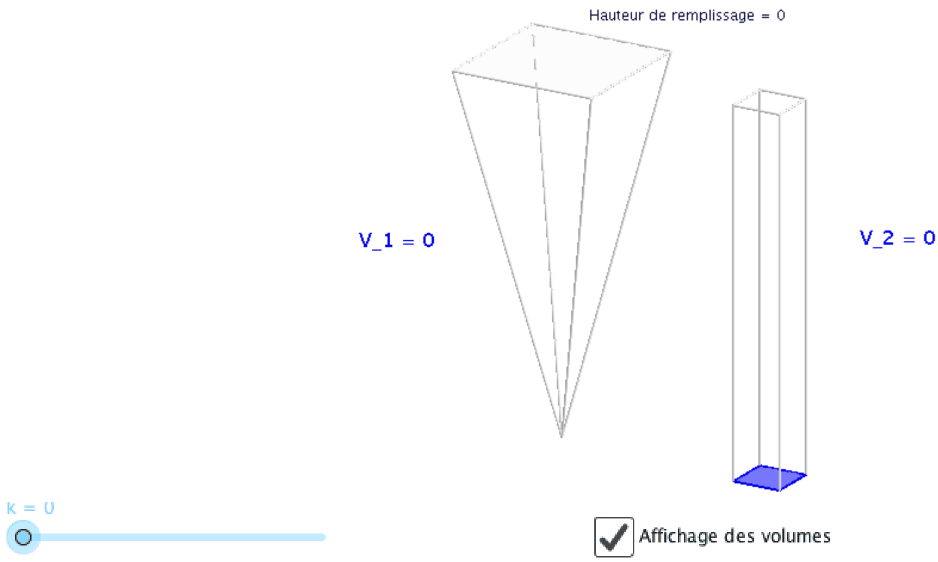
On distribue aux élèves la figure ci-dessous, donnant « implicitement » des indications qui incitent à l'utilisation du théorème de Thalès, et on demande d'exprimer les volumes de remplissage en fonction de h.



On peut suggérer aux élèves de nommer le côté du carré représentant la surface de l'eau dans la pyramide. On l'appellera, désormais, c.

- **Séance 2 : Activité sur GeoGebra**

– *Observation de la figure dynamique : première conjecture*



- *utilisation du tableur : deuxième conjecture*

  Les élèves seront éventuellement amenés à modifier le pas de la hauteur h pour obtenir une meilleure approximation de la valeur conjecturée.

- *Vérification de la conjecture par un calcul formel*

  Par le biais de la fenêtre de calcul formel intégrée dans GeoGebra, les élèves sont amenés à résoudre une équation à une inconnue. En effet, la solution de l'équation n'est pas accessible aux élèves avec les connaissances du moment (étude des racines carrées nécessaire) et l'équation n'est pas très abordable au niveau algébrique ($3^{\text{ème}}$ degré qui peut se ramener au 2^{nd} degré).

  L'équation du problème est $\dfrac{4 \times h}{75} = 4h$ dont la solution exacte est $h = \sqrt{75}$ et une solution approchée $h \approx 8{,}6602540378443864676372317075 2 \cdots$

- **Séance 3 : bilan**