

MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Utiliser le calcul littéral

Objectifs

Au cycle 3, l'élève a fait fonctionner de manière implicite les propriétés des opérations dans le champ des nombres, mais sans les avoir formalisées en tant que propriétés générales. Il a rencontré des formules littérales dans le cadre des apprentissages liés aux mesures de grandeurs ; la lettre y avait essentiellement valeur d'abréviation ; ainsi, la formule $A = L \times l$, est une abréviation de l'expression « aire du rectangle = longueur fois largeur » utilisée par l'élève pour effectuer directement le produit des nombres donnés pour la longueur et la largeur, sans identification explicite du processus de substitution des lettres par des valeurs numériques. L'élève a aussi appris à compléter des égalités à trou, notamment à l'occasion du travail sur les notions de différence et de quotient. Il a résolu des problèmes du premier degré sans avoir recours à la résolution d'équations, mais en agissant par tâtonnements, en ayant recours à des étapes intermédiaires avec ou sans l'aide d'outils numériques (tableur, calculatrice).

Au titre de l'entrée dans l'algèbre, l'enseignement du calcul littéral au cycle 4 vise les objectifs suivants :

- traduire le résultat de la suite des opérations d'un programme de calcul sous la forme d'une expression littérale et établir le lien entre l'aspect « procédural » et l'aspect « structural » de cette expression : ainsi, le résultat du programme de calcul « multiplier un nombre par 2 et ajouter 3 au résultat » se traduit par l'expression $2x + 3$ dont la structure est celle de la somme de 3 et du double de x ;
- décrire une propriété générale de nombres (par exemple « être la somme de deux entiers consécutifs » ou « être un multiple de 3 ») ;
- démontrer qu'une propriété est vraie dans un cadre général (par exemple les règles du calcul fractionnaire) ;
- modéliser et résoudre des problèmes à l'aide d'équations ou d'inéquations du premier degré ;
- introduire les concepts de variable et de fonction.

Liens avec les domaines du socle

Le langage algébrique permet de formuler des propriétés mathématiques et de résoudre des problèmes. À travers la pratique du calcul littéral, son apprentissage contribue donc de façon essentielle à l'objectif « comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques » du domaine 1 du socle.

Les outils algébriques (lettres, fonctions) sont également utilisés pour représenter des systèmes naturels et techniques et fournir des preuves aux problèmes qu'ils engagent. Leur utilisation participe à la mise en œuvre de la démarche scientifique, en complément de l'observation, la manipulation et l'expérimentation. Le calcul littéral contribue donc fortement à l'atteinte des objectifs du domaine 4 du socle.

Progressivité des apprentissages

Ces repères de progressivité sont explicités ci-dessous selon les principaux enjeux d'apprentissage du calcul littéral au cycle 4.

Formules et expressions littérales pour généraliser, modéliser ou démontrer

Le travail initié au cycle 3 sur la production et l'utilisation de formules devient, en classe de 5^e, un objectif de formation. Une formule (expression d'une relation entre des variables) ou une expression littérale (résultat d'un programme de calcul) permettent de décrire une situation générale, le recours à la lettre étant un moyen de s'abstraire de valeurs numériques particulières.

La résolution de problèmes issus de contextes variés permet de motiver la production de formules. On pourra se référer avec profit aux exemples figurant dans le document « Du numérique au littéral » publié sur Éduscol : carrés bordés, somme de multiples de 7, etc. Parallèlement à la production et à l'utilisation de formules, la familiarisation précoce avec la notion de fonction (sans faire appel à son formalisme) permet de modéliser la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre. La notation symbolique d'une fonction n'est introduite qu'en 3^e. Elle est accompagnée de la présentation des différents registres de représentation (symbolique, numérique, graphique) et des passages de l'un à l'autre.

Transformation d'expressions littérales

Dès le début du cycle 4, la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition est implicitement mobilisée lors de calculs sur des nombres, en particulier en calcul mental, par exemple pour calculer 29×21 .

L'intérêt, apparu à travers la résolution de problèmes, de transformer une expression numérique pour la simplifier ou l'écrire sous une forme adaptée motive d'institutionnaliser la distributivité simple sous forme littérale. Celle-ci peut s'appuyer sur l'image mentale de l'aire d'un rectangle de longueur $a + b$ et de largeur k décomposé en deux rectangles de largeur k et de longueurs respectives a et b .

Le recours à la distributivité permet ensuite de valider la réduction d'une expression littérale.

Avant d'être automatisées, les stratégies de transformation sont explicitées (par exemple $x = 1 \times x$; $-x = (-1) \times x$), pour aboutir progressivement à des calculs du type :

$$x - 2,7x = 1 \times x + (-2,7) \times x = (1 + (-2,7)) \times x = (-1,7) \times x = -1,7x.$$

La transformation d'expressions littérales (d'une somme en produit ou vice versa) s'effectue dans le même esprit, à partir de la distributivité simple de la multiplication par rapport à l'addition.

Le travail technique de développement ou de factorisation est accompagné d'une réflexion sur le choix de la forme de l'expression (somme ou produit) la mieux appropriée au problème à résoudre.

De manière générale, les tâches d'exécution (développement, factorisation, réduction) sont articulées avec des activités qui développent l'intelligence des stratégies de calcul comme l'anticipation, l'organisation, le contrôle. Les stratégies de contrôle peuvent s'appuyer sur des arguments de signe, d'homogénéité, des tests sur des valeurs numériques adéquates, etc.

Résolution d'un problème du premier degré

Pour anticiper la notion d'équation, l'élève apprend, dès le début du cycle 4, à tester une égalité à la main ou à l'aide d'un outil numérique (tableur, calculatrice), en attribuant des valeurs numériques au nombre désigné par une lettre qui figure dans l'égalité. Il apprend à compléter des opérations à trou. Il est initié aux programmes de calcul à partir de programmes dont les opérations sont réversibles et permettent de « remonter » le programme en commençant par la dernière opération. C'est le cas dans l'exemple suivant, extrait du document [Du numérique au littéral](#) publié sur Éduscol :

Je pense à un nombre, je le multiplie par 3. Si je retranche 12 au résultat obtenu, j'obtiens 7,5.
A quel nombre ai-je pensé ?

Progressivement, la recherche d'efficacité face à des problèmes plus résistants (correspondant par exemple à des programmes de calcul non réversibles), l'insuffisance de la démarche numérique face à des problèmes du type $ax + b = cx + d$, avec $a - c$ non nul et des valeurs des paramètres a, b, c, d conduisant à des solutions non entières, ou encore la nécessité d'obtenir les valeurs exactes des solutions de certaines équations motivent l'introduction de la lettre et la modélisation d'une situation par une équation ou une inéquation.

On pourra se référer à la situation « *Alice et Bertrand* » empruntée à Gérard Combier, Jean-Claude Guillaume et André Pressiat, (« Les débuts de l'algèbre au collège » publication de l'INRP) et proposée comme tâche intermédiaire.

La méthode algébrique de résolution des équations et inéquations du premier degré est explicitée en classe de 3^e, en s'appuyant sur les propriétés de l'égalité ou de l'inégalité, par exemple l'invariance des solutions d'une équation par l'ajout d'une même expression à chacun de ses membres. L'utilisation du tableur et la programmation d'algorithmes permettent la résolution, au moins approchée, d'équations d'autres types.

Calcul littéral pour démontrer

Dès le début du cycle, le travail mené sur les nombres conduit à émettre des conjectures, notamment sur les propriétés des opérations entre nombres rationnels. Celles-ci peuvent être démontrées dès la classe de 5^e à partir d'exemples génériques, dans des situations simples. On rappelle qu'un exemple est dit « générique » lorsqu'une propriété qu'il permet de mettre en évidence peut être étendue au cas général ; ainsi, on passe de l'exemple générique $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$ traité dès le cycle 3 à sa généralisation littérale $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ qui consiste à substituer une lettre à une valeur numérique.

Dans le cadre de la différenciation, la démonstration de l'identité $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$, qui mobilise la notion de quotient, pourra être présentée aux élèves les plus à l'aise (ou en demande de justification).

Pour l'approche et la démonstration d'autres propriétés des opérations, on consultera avec profit les pages 10 à 20 du document [Le calcul numérique au collège](#) publié sur Éduscol.

Progressivement, l'élève perçoit les limites du calcul numérique et la nécessité de passer au calcul littéral pour prouver qu'une propriété est vraie pour toutes les valeurs de la variable (par exemple, que la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3).

Stratégies d'enseignement

Le passage du numérique au littéral constitue pour l'élève une rupture importante : d'une part les symboles du calcul littéral (lettres, signe égal et ses différents statuts, signes opératoires, etc.) diffèrent de ceux du langage des nombres ; d'autre part, les types de problèmes que l'algèbre permet de résoudre sont différents de ceux résolus jusque-là. Pour résoudre un problème de ce type, l'élève avait l'habitude de progresser pas à pas depuis les données connues jusqu'à la quantité à trouver. En algèbre, il s'agit au contraire d'établir des relations entre des données connues et un résultat à trouver (l'inconnue), puis de traiter ces relations jusqu'à obtenir le résultat cherché. Il y a là un véritable renversement de pensée qui, pour être compris et assimilé par l'élève, suppose de la part de l'enseignant une vigilance particulière. Celle-ci peut notamment s'exercer à travers la vérification que la solution trouvée convient bien.

Pour motiver le recours au calcul littéral et aider les élèves à accepter une approche autre que numérique, il est essentiel qu'ils soient confrontés à des situations révélant les limites des procédures dont ils disposent déjà, basées sur des tâtonnements, des essais-erreurs ou l'utilisation d'un tableur. Ils doivent aussi prendre conscience de l'intérêt de désigner des quantités ou des grandeurs par les lettres qui leur sont traditionnellement attribuées (n pour une quantité discrète, x pour une longueur, V pour un volume) plutôt que par leur nom complet.

Les programmes de calcul constituent à la fois un moyen pertinent pour introduire la notion d'expression littérale puis d'équation, et un intermédiaire entre le volet procédural et le volet structural du calcul littéral.

Le tableur, qui permet le passage du nombre à la cellule, peut constituer un intermédiaire pertinent pour introduire la lettre et pour appréhender les notions de variable et de fonction, tout en précisant que les usages sont différents. L'algorithmique et la programmation offrent également des opportunités didactiques intéressantes.

La seule application de « règles » techniques ne permet pas de comprendre l'origine des propriétés qui les sous-tendent. La compréhension d'une formule littérale s'acquiert d'autant plus facilement qu'elle aura été anticipée sur des exemples numériques ou prendra appui sur des images mentales, par exemple celle de l'aire de deux rectangles accolés ayant une dimension en commun pour illustrer la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Le nombre de « règles » calculatoires formalisées exigibles des élèves doit rester limité. Parmi elles, la distributivité simple de la multiplication par rapport à l'addition est utilisée dans les deux sens de lecture et invoquée aussi bien pour le développement que la factorisation d'expressions algébriques. La double distributivité, qui permet par exemple de développer une expression du type $(2x + 3) \times (4x - 7)$, est abordée dans des situations simples en mobilisant deux fois la distributivité, et les résultats sur les puissances ; cette initiation ne vise pas le développement d'automatismes.

Si certaines stratégies peuvent se révéler opérantes, il convient d'être conscient des obstacles qu'elles peuvent provoquer. Il en est ainsi de la règle des signes « moins par moins donne plus » qui confond le sens opérationnel de la soustraction et la notion d'opposé. Elle peut aussi engendrer des conceptions erronées (par exemple que $-(-x)$ est toujours un nombre positif). A contrario, la formulation explicite des propriétés utilisées (par exemple « soustraire un nombre revient à ajouter son opposé ») permet aux élèves de comprendre les manipulations qu'ils effectuent sur des expressions littérales.

Il ne suffit pas qu'une stratégie calculatoire ait été comprise pour qu'elle soit installée et mobilisable. Pour passer de la compréhension d'une propriété à la construction d'un automatisme, il est indispensable que la stratégie ait été régulièrement entretenue, par petites touches, à travers un rite d'activités rapides (questions flash, activités mentales) menées en classe dans la durée, en respectant une gradation progressive de la difficulté (qui pourra être arrêtée collectivement au sein d'un collège),

et en développant des démarches de contrôle (arguments de signe, d'homogénéité, recherche de contre-exemples, etc.).

Les exercices et banques d'exercices en ligne peuvent être utilisés par les élèves en classe ou hors de la classe, de manière différenciée. Favorisant le réinvestissement et l'automatisation, ces outils peuvent aider les élèves à élaborer des stratégies mentales efficaces, à condition qu'ils permettent un traitement intelligent des erreurs, et que leur utilisation entre dans le cadre d'une planification et d'un suivi régulier par le professeur. Si des activités à prise d'initiative sont essentielles pour aider l'élève à comprendre la puissance du langage algébrique et les opportunités qu'il offre pour résoudre des problèmes d'un type nouveau, elles ne permettent pas à elles seules de construire l'habileté calculatoire attendue en fin de cycle 4. On veillera donc à maintenir un équilibre entre la construction d'automatismes (à travers un entraînement fréquent et régulier en classe ou hors de la classe) et la résolution de problèmes conduisant à mobiliser des stratégies et des techniques de calcul littéral.

Retour sur quelques obstacles

Le passage à l'algèbre correspond à un accès à l'abstraction dont on ne doit pas minimiser la difficulté. L'apprentissage du calcul littéral se heurte de façon naturelle à un certain nombre d'obstacles. Les professeurs aideront d'autant mieux leurs élèves à les surmonter qu'ils en auront une connaissance fine.

Les différentes significations du signe « égal »

Les élèves rencontrent le signe « = » très tôt dans leur scolarité, mais à l'école élémentaire le signe « = » est l'annonce d'un résultat. Ainsi, dans l'égalité $8 + 5 = 13$, le signe « = » est lu comme « cela donne » ou « cela fait ». Il est alors orienté de la gauche vers la droite et n'est pas perçu comme le symbole d'une relation symétrique et transitive. Cette signification correspond à celle de la touche « ENTER » des calculatrices. Dès le cycle 2, à travers des activités de calcul mental ou en ligne, les élèves sont amenés à utiliser le signe « = » dans l'autre sens, par exemple $5 \times 36 = 5 \times 2 \times 18$ ou $21 = 4 \times 5 + 1$. Les décompositions additives ou multiplicatives sont choisies en fonction de leur intérêt pour résoudre une classe spécifique de problèmes. Ainsi, la décomposition additive du nombre 42 sous la forme $42 = 30 + 12$ facilite le calcul de $42 - 12 + 3$, alors que sa décomposition multiplicative $42 = 3 \times 2 \times 7$ permet de factoriser l'expression littérale $3a + 42$. L'incapacité de certains élèves à factoriser cette dernière expression peut provenir, non pas d'une méconnaissance du processus de la factorisation, mais d'un manque d'habitude à écrire des décompositions numériques.

À travers la pratique du calcul littéral, le signe « = » acquiert trois autres significations :

- il est utilisé pour rendre compte de l'universalité d'une égalité, traduisant que, quelles que soient les valeurs attribuées aux lettres, les valeurs retournées par les expressions figurant de part et d'autre du signe « = » sont égales. On parle alors d'identité ;
- il est utilisé comme symbole d'affectation, comme en informatique, lorsqu'on se propose de calculer l'expression $(a + 2b)^2$ pour $a = 1$ et $b = -0,5$;
- en rupture avec chacune de ces significations qui sous-entendent qu'une certaine propriété est vraie (même si c'est dans des conditions différentes), le signe « = » acquiert un statut tout autre dans l'écriture d'une équation. Au lieu d'être utilisé pour écrire des égalités vraies, le signe « = » apparaît alors dans des énoncés dans lesquels, en remplaçant la lettre par un nombre, on obtient une égalité qui, selon la valeur de ce nombre, est soit vraie, soit fausse. Le but de la résolution est de trouver toutes les valeurs (et rien qu'elles) qui, substituées à l'inconnue, rendent l'égalité vraie.

Les différents statuts de la lettre

Au cycle 3, la lettre est utilisée pour différentes finalités :

- symboliser une unité (m, g, h, s, etc.) ;
- désigner un objet mathématique (le point A, le nombre π) ;
- désigner dans une formule la mesure d'une grandeur ($A = L \times l ; P = 2\pi R$).

Au cycle 4, la lettre acquiert de nouveaux statuts qu'il convient de bien différencier :

- le statut de variable, qui apparaît à la fois dans les formules (ainsi, dans l'égalité $P = 2\pi R$, la valeur du périmètre P dépend des valeurs attribuées à la variable R) et dans l'expression symbolique $x \rightarrow f(x)$ d'une fonction. L'utilisation du tableur peut faciliter la compréhension de la notion de variable dans la mesure où, dans l'édition d'une formule, ce sont les adresses des cellules (et non leur contenu) qui sont prises en compte. La modification du contenu d'une cellule désignée dans une formule modifie le contenu de la cellule où est implantée la formule, ce qui permet d'appréhender les notions de variable et de fonction ;
- le statut d'indéterminée, qui apparaît dans des identités où la lettre représente des nombres quelconques. Il importe que la valeur d'universalité de ces identités apparaisse dans l'environnement de l'égalité, sous une forme accessible aux élèves, par exemple, en écrivant : « Pour toutes valeurs des nombres k, a, b l'égalité $k(a + b) = ka + kb$ est vraie » ;
- le statut d'inconnue, qui heurte l'habitude de penser qu'une égalité est « toujours » vraie. La compréhension de ce qu'est une solution d'une équation nécessite de recourir à des tests de la valeur de vérité de l'égalité en affectant à l'inconnue différentes valeurs numériques. Dès le début du cycle, le recours à une démarche par essais et ajustements et l'utilisation d'un tableur pour tester des valeurs permettent d'introduire progressivement la notion de solution d'une équation. Les limites des méthodes par tâtonnement ou par « remontée » des programmes de calcul permettent de justifier l'étude des techniques de résolution des équations du premier degré ;
- le statut de paramètre, qui conserve une valeur fixe, mais de portée générale. C'est par exemple le rôle de la lettre a lorsqu'elle représente le coefficient de la fonction linéaire $x \mapsto ax$. De même en physique, pour exprimer à partir de la formule $P = UI$ la puissance P en fonction de l'intensité I pour une tension U donnée, la lettre U a le statut de paramètre alors que la lettre I a celui de variable.

Il convient donc d'attirer régulièrement l'attention des élèves sur le statut du signe « = » ou des lettres utilisées, selon la situation considérée.

Les parenthèses

Les parenthèses sont des séparateurs de blocs de calcul qui jouent un rôle essentiel dans la construction d'expressions numériques ou littérales. Des parenthèses redondantes, par exemple dans une expression du type $(2x + 1) + (3 \times (-x))$, peuvent aider l'élève à comprendre la structure de l'expression et l'ordre dans lequel les opérations sont à effectuer. La maîtrise des règles de priorité des opérations lui permettra progressivement de s'en affranchir. En 3^e s'ajoute un nouveau rôle des parenthèses, dans l'écriture symbolique d'une fonction.

Rôle des logiciels

L'utilisation de logiciels, dans le cadre de la résolution de problèmes, favorise la construction progressive des notions de variable et de paramètre. Ainsi, la référence absolue ou non à une cellule dans l'écriture d'une formule sur le tableur permet de distinguer ce qui varie de ce qui est fixé ; les variables utilisées dans les algorithmes, en particulier dans les boucles, participent du même objectif, de même que l'utilisation d'un curseur en géométrie dynamique.

L'utilisation raisonnée d'un logiciel de calcul formel peut aider à mettre en évidence le rôle des parenthèses dans l'expression d'une fonction.

Enfin, l'utilisation de logiciels, en classe ou en dehors de la classe, est un levier majeur pour la recherche et l'émission de conjectures que le calcul littéral permettra ensuite de démontrer.

La résolution algébrique d'un problème est souvent articulée selon trois phases : une phase de recherche et de modélisation de la situation, une phase de traitement formel (transformation, résolution) sans lien avec le contexte initial, une phase de communication pour restituer la solution et la vérifier. Assumer successivement les deux premières phases constitue une charge de travail importante pour un débutant. L'utilisation d'un logiciel de calcul formel par les élèves n'ayant pas une habileté technique suffisante, peut leur permettre de différer le travail technique, si l'objectif est de mettre l'accent sur l'usage de l'algèbre comme outil de mathématisation de l'énoncé.

Rôle de l'oral

L'écriture mathématique est très condensée et contient souvent des procédures implicites que seule la formulation orale, véritable « dépliement de la pensée », permet de mettre en évidence.

Illustrons cette affirmation sur l'exercice suivant, qui consiste à développer et réduire l'expression $3x(2x - 1) - (x^2 - 7)$.

Le traitement, qui pourrait être écrit dans un cahier d'élève, tient en quelques lignes :

$$3x(2x - 1) - (x^2 - 7) = 6x^2 - 3x - (x^2 - 7) = 6x^2 - 3x - x^2 + 7 = 5x^2 - 3x + 7.$$

Or, pour aboutir au résultat, il est nécessaire :

- de comprendre la structure de l'expression initiale ;
- de savoir que $3x(2x - 1) = 3x \times (2x - 1)$;
- de reconnaître les blocs de calcul intermédiaires ;
- d'appliquer la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction ;
- de savoir que $3x \times 2x = 3 \times x \times 2 \times x = 3 \times 2 \times x \times x$;
- que $x \times x = x^2$;
- de connaître la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction ;
- la priorité des opérations
- de comprendre pourquoi on ne peut pas réduire davantage $5x^2 - 3x + 7$, etc.

On mesure sur cet exemple tout le profit qu'il pourrait y avoir à compléter la trace écrite par une trace orale, par exemple sous forme d'enregistrements audio mis à la disposition des élèves.

De même, la résolution d'une équation du type $2x = 6$ sera plus accessible pour un élève fragile si elle est formulée en langage naturel (« trouver une quantité dont le double vaut 6 »).

Différenciation

Permettre à tous les élèves d'accéder à la fin du cycle 4 aux connaissances et aux compétences fixées par le programme est une exigence du socle commun. Les apprentissages liés au calcul littéral requièrent de ce point de vue une attention particulière. En effet, l'accès au formalisme et à l'abstraction constitue une marche particulièrement élevée pour les élèves fragiles. Cependant, leur activité algébrique ne saurait se résumer à l'acquisition de techniques calculatoires. Il importe qu'ils soient confrontés à la résolution de problèmes, même s'ils ne maîtrisent pas toutes les techniques intervenant dans leur résolution. La différenciation pourra alors reposer sur des choix particuliers de variables didactiques (solutions entières, décimales ou fractionnaires, programmes de calcul réversibles ou pas, attribution de valeurs numériques à certains paramètres, etc.). L'acquisition des techniques calculatoires et leur automatisation seront d'autant plus efficaces qu'elles seront adossées à des représentations porteuses de sens, souvent issues de la résolution de problèmes.

Il convient aussi de laisser vivre, de façon différenciée et aussi longtemps que nécessaire pour certains élèves, des procédures de tâtonnement ou faisant appel à la manipulation, l'expérimentation, la schématisation ainsi que les formulations intermédiaires, même maladroites ou peu rigoureuses, tout en indiquant les limites de ces formulations.

Pour permettre l'accès de tous les élèves à l'abstraction de la démarche algébrique, il est essentiel de les amener à exprimer ce qu'ils ont compris et de repérer ce qui les met en difficulté. La déstabilisation des conceptions erronées se fait en cherchant des contre-exemples. La reconstruction des connaissances visées passe ensuite par l'explicitation orale des procédures mises en œuvre, leur comparaison, l'analyse des erreurs, etc.).

Symétriquement, et toujours dans le cadre d'une différenciation pédagogique, les élèves les plus habiles peuvent être confrontés à des problèmes qui ne sont pas du premier degré, mais qui s'y ramènent, par exemple en factorisant des équations produits à l'aide d'identités remarquables.

Exemples de situations d'apprentissage

Classes de problèmes

- modélisation de situations d'origine arithmétique ou géométrique ;
- modélisation de situations faisant intervenir des grandeurs physiques ;
- résolution de problèmes se ramenant à des équations ou des inéquations du premier degré ;
- généralisation de propriétés des nombres rationnels ;
- démonstration de propriétés générales portant sur les nombres rationnels ;
- programmes de calcul.

Exemples d'activités

- Exemples de questions flash : [Activités mentales](#)
- Exemples de tâches intermédiaires :
 - [Le nombre d'Alice et Bertrand](#)
 - [Le magicien](#)
- Exemples d'activités avec prise d'initiative
 - [Les carrés bordés](#)
 - [Le calendrier](#)

Ressources complémentaires

Les ressources proposées ci-après constituent des compléments et des approfondissements utiles pour aborder le calcul littéral avec les élèves. Certains de ces documents ont été produits dans le cadre de l'accompagnement de programmes de mathématiques antérieurs. À ce titre, ces ressources s'inscrivent dans un contexte pédagogique désormais ancien. Néanmoins, elles proposent des éléments toujours pertinents sur le calcul littéral.

- [Rapport d'étape sur le calcul](#) - commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques
- [Du numérique au littéral](#)
- [Le calcul numérique au collège](#)
- [Le calcul sous toutes ses formes au collège et au lycée](#)
- Les débuts de l'algèbre au collège, par Gérard Combier, Jean-Claude Guillaume et André Pressiat, publication de l'INRP
- [Sur la place de l'oral en mathématiques](#)