

> MATHÉMATIQUES

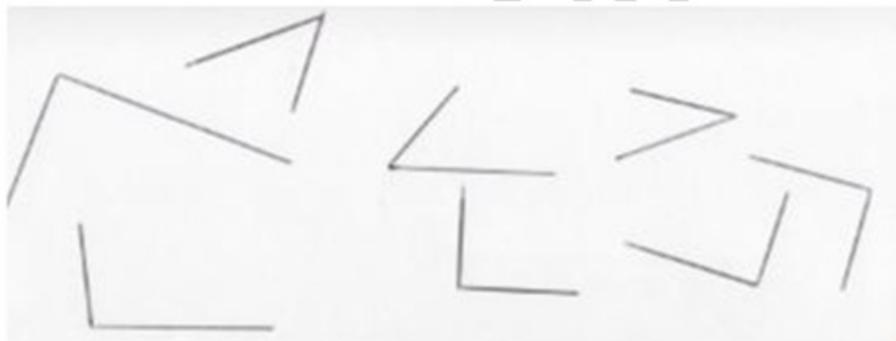
Compétences travaillées en mathématiques

Chercher

Chercher est peut-être la première des compétences à laquelle on pense lorsqu'on tente de décrire l'activité mathématique. Elle en constitue sans doute la part la plus exaltante pour celles et ceux qui aiment les mathématiques. Mais aussi la part la plus difficile pour d'autres. Il faut reconnaître qu'il s'agit de l'une des compétences qui se laissent le moins facilement circonscrire. Amener les élèves à savoir chercher et comment chercher est donc un objectif ambitieux, mais nécessaire au développement de toutes les autres compétences au cycle 4.

Deux activités pour un même terme

La compétence « Chercher » recouvre dans le travail quotidien de l'élève comme du mathématicien deux activités qu'il convient de distinguer. On peut illustrer cette dualité, qui tient simplement à la polysémie du verbe chercher, par les deux consignes suivantes, toutes deux relatives à une série de représentations d'angles :



- Première consigne : « Chercher quels sont les angles droits »
- Deuxième consigne : « Chercher comment classer les angles »

Il s'agit de deux activités mettant en œuvre une recherche, mais alors que dans le premier cas, l'élève met en œuvre des processus éprouvés, repère et utilise les attitudes expertes qui lui auront explicitement été indiquées comme telles, dans l'autre, il s'agit de donner un sens à la question, voire de définir la question.

Le préambule du programme de mathématiques du cycle 4 illustre bien le premier sens de la compétence « Chercher » dans la mesure où il précise qu'on attend de l'élève qu'il sache « extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances ».

Au cycle 4, on laisse à l'élève plus d'autonomie. Les situations proposées nécessitent en effet une part plus importante d'initiative : compléter un tableau, voire construire un tableau qui n'est pas présent, effectuer des calculs qui ne sont pas explicitement demandés.

Quant au deuxième sens, il est également présent dans le volet « Compétences travaillées » du programme: il s'agit d'« émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples », mais aussi de « tester, essayer plusieurs pistes de résolution ».

Dans ce second sens, il est cependant moins évident de décrire de quoi il s'agit et ce qu'on attend véritablement de l'élève. Il ne s'agit pas, en tout cas, de deviner une question fermée que l'enseignant aurait en tête et il convient d'explorer plus avant ce qui constitue cette part essentielle de la compétence « Chercher ».

Que se passe-t-il lorsque l'on cherche ?

Chercher peut être vu en première analyse comme une activité transitoire pour l'élève, un échafaudage que l'on oublie une fois le bâtiment achevé. Pour aboutir au résultat d'un calcul, pour établir un raisonnement, pour construire une modélisation, on sait qu'il a fallu une phase de recherche, mais qui ne laisse pas de trace sur le résultat final : on recopie au propre et on note la synthèse dans le cahier.

Cette phase de recherche et de tâtonnement (« je cherche... », dit l'élève en cachant son cahier) est pourtant essentielle en mathématiques et la réussite de tous les élèves passe par le fait d'explicitier au mieux ce qui s'y joue.

On peut dégager au moins deux grands axes dans cette réflexion sur l'activité de recherche.

La dimension temporelle est essentielle : il faut du temps, et c'est dans le temps que les choses vont se transformer. Ne pas donner immédiatement l'idée, ou une amorce de solution, mais laisser un temps d'indétermination où puissent s'élaborer des représentations personnelles et variées.

La place de l'erreur constitue également un élément capital : si transformation il y a, c'est qu'à un moment, les choses n'étaient pas justes. Comme le dit le mathématicien Alexandre Grothendieck¹ : « *Craindre l'erreur et craindre la vérité est une seule et même chose. Celui qui craint de se tromper est impuissant à découvrir. C'est quand nous craignons de nous tromper que l'erreur qui est en nous se fait immuable comme un roc.* »

Cette peur dont parle le mathématicien (peur de se tromper, peur de ne pas bien faire, de ne pas savoir quoi faire) une phrase aussi anodine que « *Voilà, maintenant, vous pouvez chercher* » peut la déclencher chez les élèves : chercher quoi, chercher comment, chercher jusqu'où ? Si cette phrase est prononcée, il faut donc qu'elle ait été précédée d'expériences plus balisées. Il faut également laisser un temps suffisant pour prendre le risque d'essayer, de se tromper, d'identifier son erreur, mais un temps explicitement limité pour ne pas tomber dans une activité sans limite et sans consistance. Il faut enfin donner aux élèves les outils permettant de dépasser la peur de se tromper.

1. *Récoltes et Semailles : Réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien*, Université Paris 6, Grothendieck Circle, 1986, Première partie, § 5.2.

Un chemin qui laisse des traces

Ces outils peuvent être définis comme ce qui reste lorsque la recherche est terminée, en dehors du résultat lui-même. Ils peuvent être pour une part identifiés par les élèves, par le biais d'un carnet de recherche ou de phrases notées sur le cahier : « *j'ai essayé avec trois et quatre* », « *j'ai fait des figures et j'ai mesuré* ». Mais ils doivent aussi être explicitement isolés et identifiés par l'enseignant : « *vous avez essayé plusieurs choses très intéressantes...* », « *en fait, ce que tu as fait, c'est ce qu'on appelle...* », « *lorsque l'on rencontre un problème de ce type, on fait souvent plusieurs figures...* »

Cette manière d'associer des problèmes et des méthodes permet ensuite de construire des situations références : « *et si tu essayais les mêmes idées que pour le problème de la somme de trois nombres ?* ». Les élèves peuvent ainsi peu à peu donner de l'épaisseur à l'activité de recherche : chercher, c'est tester avec des nombres, c'est émettre des hypothèses, c'est parfois proposer une question. Le passage à la démonstration, qui constitue un des objectifs du cycle 4, ne peut être réussi pour les élèves les plus fragiles que s'ils en perçoivent les moyens et les buts au travers de situations diverses et explicitement désignées comme représentatives de l'activité de recherche.

On notera à ce stade qu'au travers de l'apparition du thème E, « Algorithmique et programmation », ces questions trouvent un cadre nouveau et particulièrement propice. Tout d'abord, les outils de la recherche y sont explicitement désignés comme des objets de savoir à part entière : « décomposer un problème en sous-problèmes », « reconnaître des schémas », outils et méthodes qui seront évidemment réinvestis avec profit dans d'autres champs du programme.

Ce thème offre également un cadre rassurant aux élèves quant à la place de l'erreur, qui fait en effet partie intégrante de la démarche de programmation : « Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné ». De plus, la validation n'y est pas celle de l'enseignant, mais celle, plus neutre, de l'exécution du programme qui marche ou ne marche pas.

Une activité extraordinaire ?

La mention du carnet de recherche amène naturellement à évoquer la pratique des problèmes ouverts, et plus largement des défis, dans la classe, mais aussi en dehors de la classe sous la forme de clubs, ateliers, concours ([MATH.en.JEANS](#), [stages MathC2+](#), etc.). L'apport de tels dispositifs est indéniable, dans leur dimension collective et collaborative, comme dans leur aspect ludique. Mais ce serait une erreur de réduire la compétence « Chercher » à une activité extraordinaire, rare et sans effet sur l'ordinaire de la classe constitué quant à lui de questions fermées et balisées. Il importe de repenser les activités les plus quotidiennes, les plus simples, sous l'angle de ce qu'elles peuvent apporter, même modestement, à l'élaboration de la compétence « Chercher ».

Cela peut être à l'occasion d'une activité de calcul mental, sous forme de petits défis : trouver l'opération et non pas le résultat, trouver le résultat le plus grand possible, ou travailler sur la multiplication, comme sur cet exemple² :

2. Exemple issu de *Le calcul mental au collège*, sous la direction de Bernard Anselmo et Hélène Zuchetta, 2013.

Nombre de départ	→	×5
		↓
		×3
		↓
Nombre d'arrivée	←	×2

Une série de nombres de départ étant donnés, la consigne est de calculer le plus vite possible, ce qui peut constituer une première approche de certaines propriétés du produit, avant de les institutionnaliser peu à peu.

L'arithmétique est un terrain particulièrement riche pour entretenir au quotidien la compétence « Chercher ». La familiarité des élèves avec les nombres entiers leur permet en effet de s'engager plus facilement dans une démarche d'essais et hypothèses. L'élaboration d'une conjecture utilisant le langage symbolique peut constituer alors l'un des buts de la phase de recherche³.

En algèbre, un travail sur les variables didactiques peut souvent permettre de transformer une question fermée en une activité mettant en œuvre une véritable recherche. Ainsi, lors d'un travail sur l'utilisation du calcul algébrique pour montrer que deux programmes de calcul donnent le même résultat, on peut remplacer la consigne « *Montrer que les programmes suivants aboutissent tous les deux au même résultat* » par la consigne « *Voici deux programmes de calcul, que peut-on en dire ?* ». L'élève est ainsi amené à expérimenter, à déterminer peu à peu une question, ainsi que les moyens d'y répondre.

En géométrie, les problèmes de construction forment un grand répertoire d'activités de recherche où la découverte progressive des configurations et des transformations outille peu à peu l'élève. L'utilisation d'un même support peut par ailleurs amener des questions qui mettent en jeu une recherche autour des transformations, en variant les niveaux de difficulté.

Considérons par exemple le pavage ci-contre (Mozaïque de l'Alhambra)

- Comment ce pavage est-il construit ? »
- Cette figure étant donnée, comment peut-on construire le pavage ? »
- Quelles transformations reconnaît-on ? »
- Comment peut-on construire le pavage à partir de la figure la plus simple possible ? »
- Peut-on construire le même pavage, avec des motifs différents ? »



Source : Freemages.com /Eric Weijers

Conclusion

Remettre du doute, remettre du jeu pour conserver ce plaisir de l'activité mathématique quotidienne que connaissent les enfants au cycle 3, tout en poursuivant le développement des autres compétences, tels sont les enjeux de l'attention portée au cycle 4 au développement de la compétence « Chercher ».

3. Et ce même si la démonstration de la conjecture n'est pas à la portée des élèves.

Bibliographie

- ASTOLFI, J.-F. (1997). L'erreur, un outil pour enseigner. Paris : ESF.
- PERRIN D. (2007), [En mathématiques, que cherche-t-on ? comment cherche-t-on ?](#) conférence donnée au collège de Boussy Saint-Antoine.
- Ressources d'accompagnement des programmes de mathématiques de 2008 :
 - [Géométrie au collège](#)
 - [Raisonnement et démonstration](#)
- ANSELMO B. & ZUCHETTA H. (dir.) (2013). Le calcul mental au collège. Paris : SCEREN.
- MANTE M. & ARSAC B. (2007). Les pratiques du problème ouvert. Paris : SCEREN.
- BAUDART F. (2011). [Monde de l'oral et monde de l'écrit en mathématiques](#), Le Français aujourd'hui 174, 107-118 .
- Document préparatoire à la 16^e étude de la CIEM⁴ : [Challenging Mathematics in and beyond the Classroom](#) (le document est en français).

4. Commission internationale de l'enseignement mathématique.