RÉGION ACADÉMIQUE
GUYANE
Liberté
Égalité
Fraternité

Rallye Mathématique

Séance 1 Cycle 4

Tâche mathématique

Résoudre en nombres entiers de 0 à 9 le système d'équations A = C – 4 ; B = A + 2 ; D = C/4 et E = A + C – 3, dont la solution est constituée de 5 nombres différents.

Analyse de la tâche

- Repérer que C est un multiple de 4 (D = C ÷ 4), C vaut 0, 4 ou 8.
- Écarter la valeur 0 pour C à cause de la première égalité (A = C – 4) qui impose C > 3.
- Tester les contraintes pour :
    - C = 4 alors A vaut 0 (C – 4), B = 2, D = 1 et E = 1, ce qui donne le code 02411 inacceptable car il ne respecte pas la contrainte « nombres tous différents ».
    - C = 8 alors D vaut 2, A vaut 4, B vaut 6, E vaut 9 (8 = E – 4 + 3) ce qui donne le code 46829 qui respecte toutes les conditions.

Ou

- Déduire de la première égalité (A = C – 4) que C ne peut pas prendre les valeurs 0, 1, 2, 3 et que A ne peut pas être supérieur ou égal à 6 ;
- Faire varier les valeurs de C (4, 5, 6, 7, 8, 9) ou les valeurs de A (0, 1, 2, 3, 4, 5) dans toutes les équations et éliminer au fur et à mesure les valeurs ne respectant pas toutes les contraintes.

Ou

- Construire une solution systématique en partant de A ou de D (et poursuivre tant que les valeurs obtenues sont des nombres de 0 à 9 différents, sans oublier de calculer E à la fin).

Rallye Mathématique

Séance 2 Cycle 4

Tâche mathématique

Comparer les aires de trois polygones (de 5 à 6 côtés) dont tous les sommets sont sur des nœuds d'un quadrillage.

Analyse de la tâche

- Comprendre, à la lecture de la question et à l'observation des figures que pour comparer les aires, il s'agit de déterminer chacune des trois aires, avec une unité commune.
- Constater que les trois figures ne sont ni des rectangles, ni des triangles pour lesquels on dispose de formules, que la présence du quadrillage permet d'utiliser le carreau comme unité commune et qu'il faudra décomposer les figures en carreaux entiers ou parties de carreaux ou en figures de base : rectangles, triangles ou demi-rectangles.
- Les procédures de détermination de l'aire sont multiples, et différentes d'une figure à l'autre et d'un groupe d'élèves à un autre, en particulier :
  - comptage une à une des unités entières, puis reconstitution d'unités par déplacements des parties non entières,
  - décomposition de la figure en rectangles et triangles qui peuvent reconstituer un rectangle par déplacements,
  - perception du triangle rectangle comme demi-rectangle,
  - les triangles non rectangles sans angle obtus sont décomposés en deux triangles rectangles,
  - calcul de l'aire du rectangle circonscrit à la figure totale suivi de la soustraction des aires des rectangles et/ou triangles complémentaires,
  - appel à la formule de l'aire du triangle.
- Trouver l'aire des trois figures, en carreaux, par exemple :

  Pour A : un rectangle de 6×7 dont on retire quatre triangles de 5×1, de 6×1, de 6×3 de 5×2 et un rectangle de 2×1: $42 - 2{,}5 - 3 - 9 - 5 - 2 = 20{,}5$.

  Pour B : un rectangle de 6×2 et un triangle de 6×3 : $12 + 9 = 21$ ou compensations de carreaux pour le triangle

  Pour C : décomposition en un rectangle et trois triangles. $6 + 2 + 10 + 3 = 21$
- Conclure que les trois aires ne sont pas égales : 20,5 ; 21 et 21 (en carrés du quadrillage).

Ou, calcul des aires à partir de mesures prises, en cm ou mm, sur les polygones qui composent les figures. (Cette procédure exige des mesures prises au mm près, les calculs précis de chaque aire et la prise en compte rigoureuse des erreurs dues aux approximations pour être certain que l'aire de A est inférieure aux aires de B et C)

RÉGION ACADÉMIQUE
GUYANE
Liberté
Égalité
Fraternité

Rallye Mathématique

Séance 3 Cycle 4

Tâche mathématique

Dans un contexte de constructions pyramidales utilisant des cubes, additionner les carrés des premiers nombres impairs et des premiers nombres pairs, sachant qu'une des deux sommes est égale à 165.

Analyse de la tâche

- Comprendre le mode de constructions des tours, à partir des exemples donnés et des règles décrites.
- Comprendre que les nombres de cubes utilisés pour les différents étages constituent la suite des carrés des nombres naturels 1, 4, 9, 16, …
- Si le cube du dessus est gris, on doit faire les sommes successives des carrés des deux premiers, puis des trois premiers, puis des quatre premiers nombres impairs…. jusqu'à obtenir 165 : 1+ 9; 1+ 9 + 25; 1+ 9 + …= 165 ; se rendre compte que le dernier carré à ajouter est 81 qui correspond au 9ème étage de la tour en partant du haut vers le bas.
- Si le premier cube était blanc, il faudrait additionner les 2ème, 4ème, 6ème,... termes de la suite qui sont tous pairs, et donc leur somme ne peut pas être 165.
- Comme la tour a neuf étages gris, et qu'elle commence par un étage gris, on aura au total 10 étages, puisque le premier et le dernier doivent être de couleurs différentes.
- Additionner ensuite les carrés des nombres pairs de 2à 10 : 4 + 16; 4 + 16 + 36; 4 + 16 + …. = 220.
  Conclure qu'il y a 220 cubes blancs dans la pyramide.

Ou : comprendre tout de suite que le cube du dessus doit être gris étant donné que 165 est un nombre impair et ne peut pas être obtenu par la somme des carrés des nombres pairs.
Procéder donc en additionnant les carrés des nombres impairs pour déterminer la hauteur de la pyramide.

Rallye Mathématique

Séance 4 Cycle 4

Tâche mathématique

Dans la suite des sommes des premières puissances de 2 (positives et entières), trouver celles qui sont « directement » inférieure et supérieure à 100 (63 et 127) ; calculer la différence entre 100 et la plus grande (27), dans un contexte de construction d'arbre binaire.

Analyse de la tâche

- Comprendre la règle de construction de l'arbre et ajouter quelques branches pour mieux voir comment il se développe, comprendre que la construction de l'arbre se déroule niveau par niveau et qu'elle s'arrête dès qu'on a épuisé toutes les boules.
- Additionner le nombre de boules utilisées niveau par niveau jusqu'à 63 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32, (parce que, au-delà, on dépasse 100). Le nombre de tiges utilisées suit la même règle : aux 63 boules précédentes correspondent 127 tiges : 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64.

  Sur les 64 tiges du dernier niveau, on ne pourra placer que les 37 (100 – 63) boules restantes. Il restera 64 – 37 = 27 tiges sans boule.

Ou : faire un dessin de tous les niveaux sur lesquels on peut compter les 100 boules et les 127 tiges, dont les 27 dernières sans boules, tâche qui exige une très grande précision.