Mathématiques–Informatique
Classe de première série L

Exemples d'exercices types

Les exercices proposés dans le présent document ont été conçus par des professeurs ayant déjà enseigné en première littéraire et sont le fruit d'un réflexion à laquelle a participé le groupe Mathématiques de l'Inspection générale de l'éducation nationale.

En aucun cas, ils ne doivent être perçus comme des annales zéro : ce sont des exemples d'activités possibles au sein de la classe, concernant plus spécifiquement les parties nouvelles du programme.

Direction de l'enseignement scolaire
Bureau des lycées
Bureau du contenu des enseignements
www.eduscol.education.fr/prog/

DENOMINATION DES CELLULES D'UN TABLEUR

Les deux types de notation suivants sont équivalents :

	A	B	C
1			
2			
3			

	C1	C2	C3
L1			
L2			
L3			

La cellule grisée peut être appelée :

A3 (intersection de la colonne A et de la ligne 3)	ou	L3C1 (intersection de la ligne 3 et de la colonne 1)

Les élèves doivent avoir rencontré ces deux types de notation au cours de l'année.

Exercice 1

La valeur de revente d'un certain matériel baisse de façon régulière de 15% chaque année par rapport à l'année précédente. Son prix d'achat neuf était 120 000 F.

1. Quelle est sa valeur de revente après 1 an d'utilisation ? après 4 ans ? après 5 ans ?
2. Au bout de combien d'années la valeur de revente de ce matériel sera-t-elle inférieure à 30 000 F ?

Exercice 2

Voici une feuille incomplète de remboursements de consultation de spécialiste et de frais pharmaceutiques.
Les taux de la sécurité sociale s'appliquent sur la base de remboursement indiquée et le taux de la mutuelle s'applique sur le montant remboursé par la sécurité sociale.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Soins du	Montant des soins	Sécurité sociale Base de remboursement	Taux (%)	Sécurité sociale montant	Mutuelle Pourcentage	Mutuelle Montant	Remboursement à l'assuré
2	Consultation spécialiste	17/06/00	260	150		105	28%		
3	Pharmacie	18/06/00	480,2	480,2		312,13	30%		
4	Total								

Les cases grisées seront à compléter au cours de l'exercice.

1. Retrouver les taux de remboursement de la sécurité sociale, exprimés en pourcentage (colonne E, lignes 2 et 3).
2. Calculer le montant du remboursement de la consultation spécialiste par la mutuelle.

3. Pour remplir la feuille de remboursement, on utilise une feuille automatisée de calculs.
   Par exemple, pour calculer le montant du remboursement de la consultation spécialiste par la mutuelle dans la cellule H2, on peut utiliser la formule 0,28*F2.
   Faire apparaître dans chaque cellule grisée des colonnes C, F et H une formule permettant de faire le calcul et compléter les résultats numériques manquants.

4. a) Par quelle formule peut-on passer directement de la cellule D2 à la cellule I2 ?
   b) Par quelle formule peut-on passer directement de la cellule C2 à la cellule I2 ?
   c) On suppose pour cette question qu’un spécialiste fait payer la consultation 350F. Quel est alors le montant de la part de la consultation restant à la charge de l’assuré ?

Exercice 3

Une entreprise construit et vend sur commande un certain nombre de machines.
On a tracé ci-dessous les représentations graphiques du coût de fabrication C et de la recette R, exprimés en milliers de francs, en fonction du nombre de machines construites.

Tous les résultats seront obtenus par lecture graphique.

1. On suppose que l’entreprise construit 100 machines.
   a) Quel est le coût de la fabrication ? Quelle est la recette ?
   b) Est-ce rentable pour l’entreprise ? Justifier.

2. Combien de machines l’entreprise doit-elle construire pour :
   a) équilibrer ses comptes ?
   b) réaliser un bénéfice de 2 000 000 F ?

3. Calculer le bénéfice réalisé par l’entreprise lorsqu’elle construit 250 machines.

Exercice 4

Certains logiciels de traitement de textes peuvent donner des indications sur la « lisibilité » des textes qu'on met en forme grâce à eux. Des tests de lisibilité ou de facilité de lecture existaient avant l'ordinateur. C'est l'un d'entre eux, dû à R. Flesch (1943) qui sert de cadre à cet exercice.

1. La formule de Flesch

Etant donné un texte à contrôler, on calcule, sur un échantillon, le nombre moyen de syllabes pour 100 mots, qu'on note S, puis la longueur moyenne des phrases exprimée en nombre de mots par phrase, et notée M. On pose :

$$F = 206{,}84 - 0{,}85\ S - 1{,}02\ M$$

F est appelé score de facilité. Quelques types de textes de référence peuvent alors servir à étalonner cette mesure (notamment fonction de la langue utilisée).

Chacun des trois textes donnés en **annexe 1** a donné lieu à des mesures figurant dans le tableau suivant qu'on demande de recopier et de compléter.

	Nombre de mots de l'échantillon	Nombre total de syllabes	Nombre de phrases	Nombre moyen de syllabes pour 100 mots	Nombre moyen de mots par phrase	Score de facilité
Extrait de « Un amour de Swann » *M. Proust*	124	236	2		62	
Extrait de « Zadig » *Voltaire*	125	221	4		31,25	
Extrait de « La disparition » *G. Perec*	142	200	14		10,14	

2. Un abaque pour aller plus vite

L'auteur indique qu'on peut trouver les valeurs de F à l'aide du graphique figurant sur **l'annexe 2**. On représente S et M par des points des échelles droite et gauche. On trace le segment qui les joint. Ce segment coupe l'échelle centrale en un point dont l'abscisse sur cette échelle est F.

a. Vérifier cette affirmation avec les mesures faites pour les extraits de « Zadig » et de « La disparition ». Quel serait, selon ce graphique, le score de facilité d'un texte comportant en moyenne 5 mots par phrase et 150 syllabes pour 100 mots ?

b. A quelle situation géométrique peut-on faire référence pour déduire de ces deux mesures que ce graphique peut effectivement s'employer comme il est dit ?

3. On a étudié la fréquence d'utilisation des 26 lettres de l'alphabet dans les écrits en langue française. Les résultats varient selon les époques et les échantillons utilisés, mais la lettre E est nettement la plus fréquente, suivie de S, A, N, T et I. Georges Perec a écrit son roman « La disparition » sans utiliser la lettre E. Comparer, en remplissant le tableau ci-dessous, les fréquences d'apparition des lettres S, A, N et I dans l'extrait souligné de « La disparition » à leur fréquence théorique (source : étude du C.N.E.T. 1947).

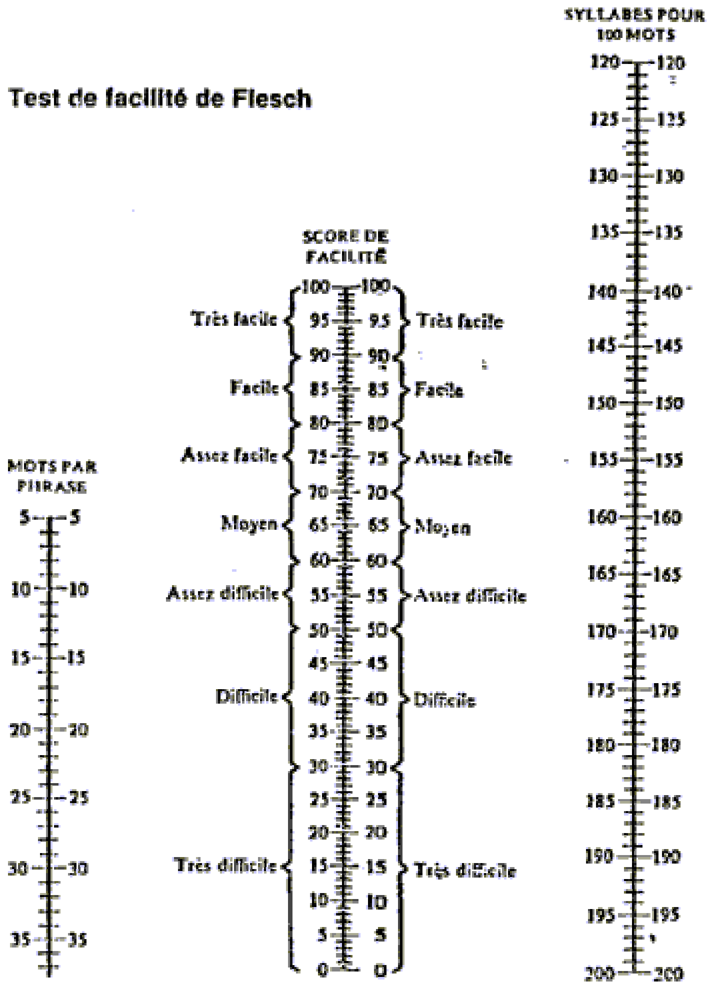
	S	A	N	I
Fréquence théorique	8,5	7,47	7,24	7,38
Fréquence dans l'extrait souligné				

A quelles causes pourrait-on attribuer les différences constatées ?

Annexe 1

Extrait de « Un amour de Swann », Marcel PROUST	Il avait en effet sur les hommes même intelligents qui ne sont jamais allés dans le monde une des supériorités de ceux qui y ont un peu vécu, qui est de ne plus le transfigurer par le désir ou par l'horreur qu'il inspire à l'imagination, de le considérer comme sans aucune importance. Leur amabilité, séparée de tout snobisme et de la peur de paraître trop aimable, devenue indépendante, a cette aisance, cette grâce des mouvements de ceux dont les membres assouplis exécutent exactement ce qu'ils veulent, sans participation indiscrète et maladroite du reste du corps. La simple gymnastique élémentaire de l'homme du monde tendant la main avec bonne grâce au jeune homme inconnu qu'on lui présente, et s'inclinant avec réserve devant l'ambassadeur à qui on le présente, avait fini par passer sans qu'il en fût conscient dans toute l'attitude sociale de Swann, qui vis-à-vis de gens d'un milieu inférieur au sien comme étaient les Verdurin et leurs amis, fit instinctivement montre d'un empressement, se livra à des avances, dont selon eux un ennuyeux se fût abstenu.
Extrait de « Zadig », VOLTAIRE	Quoique riche et jeune, il savait modérer ses passions ; il n'affectait rien ; il ne voulait point toujours avoir raison, et savait respecter la faiblesse des hommes. On était étonné de voir qu'avec beaucoup d'esprit il n'insultât jamais par des railleries à ces propos si vagues, si rompus, si tumultueux, à ces médisances téméraires, à ces décisions ignorantes, à ces turlupinades grossières, à ce vain bruit de paroles, qu'on appelait *conversation* dans Babylone. Il avait appris, dans le premier livre de Zoroastre, que l'amour-propre est un ballon gonflé de vent, dont il sort des tempêtes quand on lui a fait une piqûre. Zadig surtout ne se vantait pas de mépriser les femmes et de les subjuguer. Il était généreux ; il ne craignait pas d'obliger les ingrats, suivant ce grand précepte de Zoroastre : *Quand tu manges, donne à manger aux chiens, dussent-ils te mordre.*
Extrait de « La disparition », Georges PEREC	Anton Voyl n'arrivait pas à dormir. Il alluma. Son Jaz marquait minuit vingt. Il poussa un profond soupir, s'assit dans son lit, s'appuyant sur son polochon. <u>Il prit un roman, il l'ouvrit, il lut ; mais il n'y saisissait qu'un imbroglio confus, il butait à tout instant sur un mot dont il ignorait la signification</u>. Il abandonna son roman sur son lit. Il alla à son lavabo ; il mouilla un gant qu'il passa sur son front, sur son cou. Son pouls battait trop fort. Il avait chaud. Il ouvrit son vasistas, scruta la nuit. Il faisait doux. Un bruit indistinct montait du faubourg. Un carillon, plus lourd qu'un glas, plus sourd qu'un tocsin, plus profond qu'un bourdon, non loin, sonna trois coups. Du canal Saint-Martin, un clapotis plaintif signalait un chaland qui passait.

Annexe 2



Exercice 5

Le tableau suivant indique l'évolution de la population d'un pays au cours d'un siècle.

Année	1900	1920	1940	1960	1980	2000
Population p_n en millions d'habitants	5,7	9,6	17	31	50	76

1- Calculer le coefficient multiplicateur qui permet d'obtenir la population en 1920 à partir de celle de 1900. En déduire l'augmentation en pourcentage de cette population.

Cette variation en pourcentage est appelée augmentation relative de la population au cours de cette période de 20 années.

2- Calculer de même les augmentations relatives au cours de chacune des périodes de 20 ans qui suivent.

3- Calculer la moyenne arithmétique m de ces augmentations relatives trouvées à la question précédente. En déduire le coefficient multiplicateur moyen qui ferait passer cette population de 5,7 millions à environ 76 millions en l'appliquant à chaque période de 20 ans jusqu'en 2000. On arrondira ce coefficient en donnant 2 chiffres après la virgule.

4- Vérifier que $1{,}026^{20}$ est voisin du résultat trouvé à la question précédente.

5- On décide de modéliser cette évolution de la population de ce pays à l'aide d'une suite géométrique. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5{,}7$ et de raison $q = 1{,}026$.
   Calculer u_{20} , u_{40}, u_{60} , u_{80}, u_{100}.
   Représenter sur le même graphique la suite (u_n) et l'évolution de la population au cours du siècle présentée dans le tableau. On placera les populations sur l'axe des ordonnées.

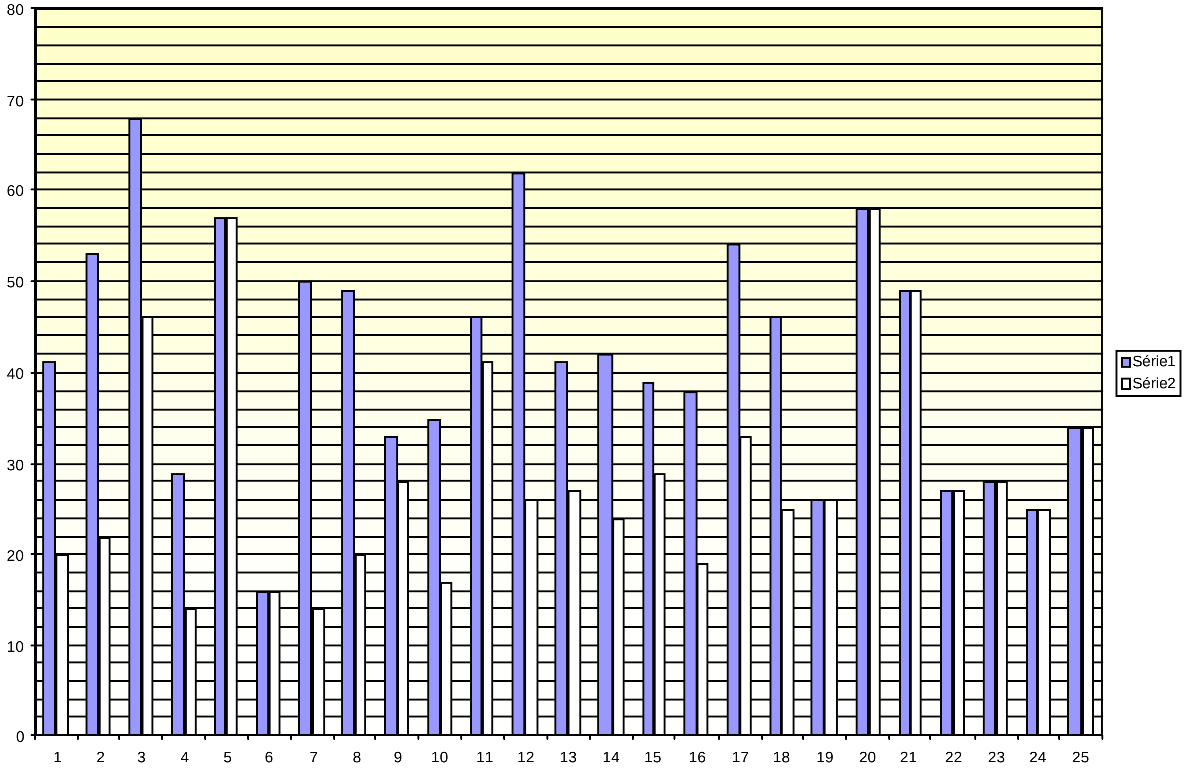
6- Si on pense qu'au cours des prochaines années, l'évolution de la population va se poursuivre au même rythme et que la suite (u_n) est un modèle satisfaisant pour la représenter, quelle population peut on prévoir en 2005 dans ce pays ?

Exercice 6

Dans une poste, deux des guichets, réservés à des tâches spécifiques, ne restent ouverts au public que 3 heures par jour, soit de 9 heures à 12 heures.
Les employés préposés à ces guichets ont remarqué que, certains jours, ils devaient travailler au delà de midi, s'ils voulaient satisfaire la demande de tous les clients présents. Aussi se décident-ils à demander à leur directeur une augmentation de la durée d'ouverture de leur guichet et le paiement d'heures supplémentaires.
Pour être en mesure d'argumenter sérieusement leur demande, chacun des deux employés note pendant 25 jours consécutifs le temps de passage en minutes de chacun des clients qui sont servis à son guichet après 12 heures. Au delà de midi, aucun client n'est accepté dans la file d'attente, mais ceux qui sont arrivés avant 12 heures sont tout de même servis. Il n'y a alors aucun temps d'attente entre deux clients consécutifs.

Les relevés des deux guichetiers ont été dépouillés à l'aide d'un tableur qui a fourni le graphique de la page suivantes et les tableaux des pages 10 et 11.

1) Comparer le temps de travail de chacun des employés.
2) Y-a-t-il des jours où l'un des guichetiers a travaillé au moins deux fois plus longtemps que l'autre guichetier ?
3) Quel est le temps moyen de travail par jour de chacun des employés ?
4) Quel est le nombre moyen de clients par jour servis après 12 heures par chacun des employés ?
5) Quelle est la médiane de chacune des deux séries. Que représente-t-elle ?



Dans ce graphique, les 25 jours sont marqués en abscisses, le temps de travail après 12 heures des guichetiers par jour, exprimé en minutes, est donné en ordonnées.
La série 1 correspond au guichetier n°1, la série 2 au guichetier n°2.

guichetier n°1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
JOUR																total en m
1	2	3	1	4	3	3	4	1	4	12	1	1	1	1		41
2	3	2	2	3	2	3	7	1	1	1	1	1	14	12		53
3	1	1	4	6	5	3	3	8	11	4	10	11	1			68
4	2	4	4	3	2	1	1	4	3	2	1	1	1			29
5	1	1	1	4	4	6	6	4	7	8	2	5	1	2	5	57
6	3	2	2	1	4	1	1	1	1							16
7	2	2	3	5	2	6	2	3	4	1	2	5	5	2	6	50
8	2	7	7	4	1	1	1	1	1	2	1	9	7	1	4	49
9	2	2	2	2	2	5	8	2	2	2	2	2				33
10	1	1	2	3	5	2	1	2	1	1	14	2				35
11	1	2	3	4	2	3	5	4	9	8	1	1	1	1	1	46
12	2	5	2	2	1	1	1	1	1	10	1	1	10	10	14	62
13	2	4	4	7	3	7	7	4	1	1	1					41
14	4	5	2	4	9	1	1	2	2	3	3	3	3			42
15	1	3	1	2	5	8	9	1	1	1	1	1	1	4		39
16	4	6	4	1	2	1	1	1	3	3	4	6	1	1		38
17	3	2	5	6	8	9	5	6	1	1	1	1	1	5		54
18	3	1	1	9	8	1	2	6	6	6	3					46
19	1	2	5	6	4	3	3	2								26
20	4	6	4	3	2	4	2	1	1	1	5	3	4	8	10	58
21	2	1	3	4	5	6	10	5	2	2	9					49
22	8	1	9	2	1	1	5									27
23	3	2	5	4	8	6										28
24	8	8	1	4	3	1										25
25	2	1	13	3	6	3	3	3								34

Chacune des colonnes 2 à 16 contient les temps de passage des clients, servis après 12 heures, exprimés en minutes. Par exemple, on peut lire, que le jour n°23, le premier client servi après 12 heures a occupé le guichetier pendant 3 mn, le deuxième pendant 2 mn, le troisième pendant 5 mn, le quatrième pendant 4 mn, le cinquième pendant 8 mn et le dernier pendant 6 mn.

guichetier n°2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
JOUR																total en
1	1	4	4	1	3	3	4									20
2	4	1	3	2	2	3	7									22
3	3	3	2	4	5	3	3	8	11	4						46
4	1	3	3	2	1	2	2									14
5	2	2	2	3	3	5	6	4	7	8	2	5	1	2	5	57
6	2	1	3	2	4	1	1	1	1							16
7	1	1	4	6	2											14
8	1	8	7	4												20
9	1	1	1	1	6	6	9	3								28
10	1	1	3	4	4	1	1	2								17
11	1	2	3	3	3	3	5	4	9	8						41
12	3	4	2	2	1	1	1	1	1	10						26
13	1	3	5	8	3	7										27
14	3	4	1	5	10	1										24
15	1	3	1	2	5	8	9									29
16	5	5	4	1	2	1	1									19
17	2	3	5	6	8	9										33
18	1	3	1	9	8	1	2									25
19	2	1	5	6	4	3	3	2								26
20	4	6	4	3	2	4	2	1	1	1	5	3	4	8	10	58
21	1	2	3	4	5	6	10	5	2	2	9					49
22	1	8	9	2	1	1	5									27
23	3	2	5	4	8	6										28
24	9	7	1	4	3	1										25
25	13	1	2	3	6	3	3	3								34

L’organisation de ce tableau est la même que pour le tableau de la page 3.

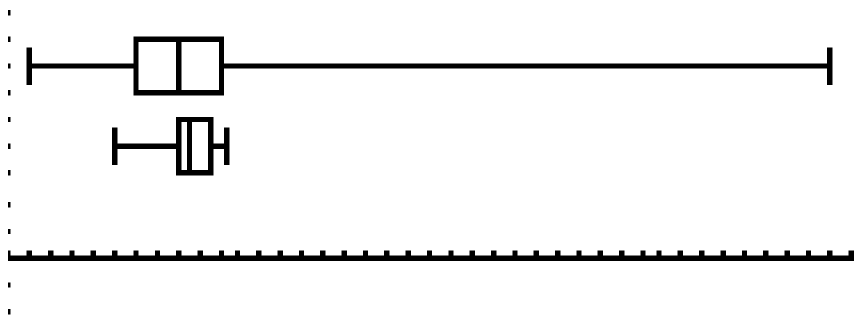
Exercice 7

Une machine déverse du caoutchouc de façon continue dans un moule pour fabriquer des joints d'étanchéité que l'on utilise dans l'industrie automobile. On veut contrôler la régularité de l'écoulement du caoutchouc dont les variations affectent les dimensions du joint. On effectue alors des mesures sur cette machine pendant une demi-heure et on obtient des masses de caoutchouc en grammes, chacune étant obtenue par un écoulement de caoutchouc d'une durée de 30 secondes.

Les 40 mesures ainsi obtenues ont été analysées par un tableur, dont les résultats figurent à la page 2 :

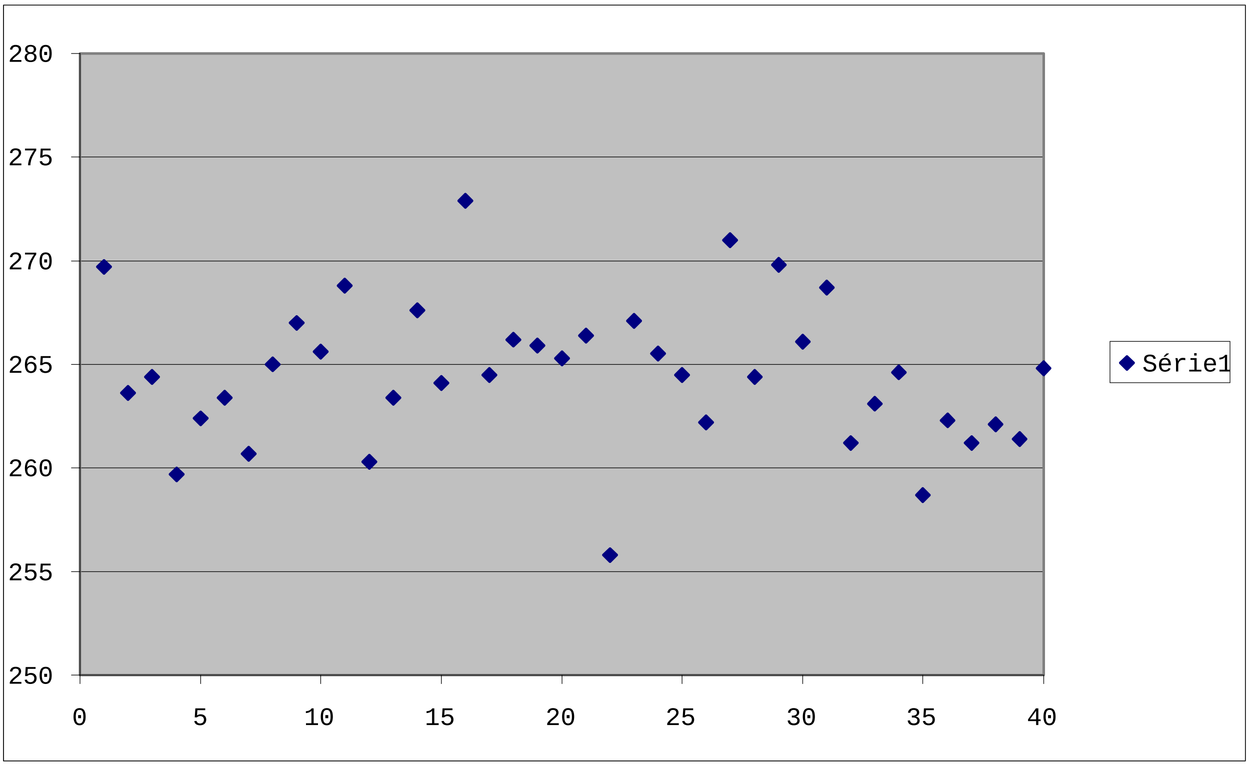
- la colonne 1 de la feuille de calcul contient les 40 mesures en grammes,
- les colonnes 2 et 3 contiennent le premier quartile, la médiane et le troisième quartile.
- Le graphique représente les 40 valeurs obtenues chronologiquement.

1) Construire un diagramme en boîte (appelé aussi boîte à moustache ou boîte à pattes) permettant une première analyse des valeurs du contrôle.
2) Quel pourcentage des valeurs obtenues lors de ce contrôle se trouvent entre 261,2 et 267,6 ?
3) On peut considérer comme aberrantes des valeurs qui sont supérieures à $Q_3 + 1{,}5\ I$ ou inférieures à $Q_1 - 1{,}5\ I$, où I désigne l'intervalle interquartile, Q_1 le premier quartile et Q_3 le troisième quartile. Le contrôle sur la machine fait-il apparaître des valeurs aberrantes ? Lesquelles ?
4) Deux autres machines du même type ont été contrôlées de manière plus approfondie. Pour chacune d'elles 1126 mesures ont été effectuées. Elles ont été analysées à l'aide d'une calculatrice, qui a donné les deux diagrammes en boîtes qui figurent ci-dessous :



Le diagramme qui figure en haut de l'écran de la calculatrice représente les mesures effectuées sur la machine 1 ; la médiane obtenue est de 265,8, le premier quartile est de 265,4, le troisième quartile est de 266,2. Le diagramme qui figure en-dessous représente les mesures effectuées sur la machine 2 ; la médiane obtenue est de 265,9, le premier quartile est de 265,8, le troisième quartile est de 266,1.
Quels commentaires pouvez-vous faire de ces résultats ?

colonne	colonne 2	colonne 3
269.7	262.275	= premier quartile
263.6	264.5	= médiane
264.4	266.25	= troisième quartile
259.7		
262.4		
263.4		
260.7		
265		
267		
265.6		
268.8		
260.3		
263.4		
267.6		
264.1		
272.9		
264.5		
266.2		
265.9		
265.3		
266.4		
255.8		
267.1		
265.5		
264.5		
262.2		
271		
264.4		
269.8		
266.1		
268.7		
261.2		
263.1		
264.6		
258.7		
262.3		
261.2		
262.1		
261.4		
264.8		

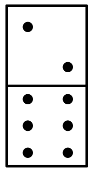


Exercice 8

(les parties 1 et 2 sont indépendantes)

1) Compter des dominos

Chaque pièce d'un jeu de dominos est constituée de deux carrés accolés. Chaque carré porte un nombre de 0 à 6 codé par des points dessinés sur le carré.

Par exemple : Le domino  porte les nombres 2 et 6.

Combien y a-t-il de dominos dans un jeu complet où chaque possibilité n'apparaît qu'une fois ? Décrire la méthode utilisée pour trouver tous les dominos possibles.

2) Fabriquer des mots

On donne quatre lettres parmi les plus fréquemment utilisées dans les mots de la langue française :

E, R, T, A.

Ainsi les mots RATE, ATER sont constitués de ces quatre lettres.

Trouver tous les mots de quatre lettres que l'on peut constituer en prenant une fois et une seule chacune de ces quatre lettres, sans tenir compte de l'éventuelle signification du mot ainsi constitué.
Expliquer soigneusement comment être sûr de les avoir tous trouvés.

Exercice 9

L'offre et la demande

Une chaîne de restauration rapide fait une étude de marché pour fixer le prix de ses plats chauds comprenant un légume et une viande.
L'offre correspond au nombre de repas proposés et la demande correspond au nombre de repas susceptibles d'être vendus.
On étudie l'offre et la demande dans un intervalle de prix compris entre 20 F et 50F.
L'offre et la demande sont exprimées en milliers de repas.

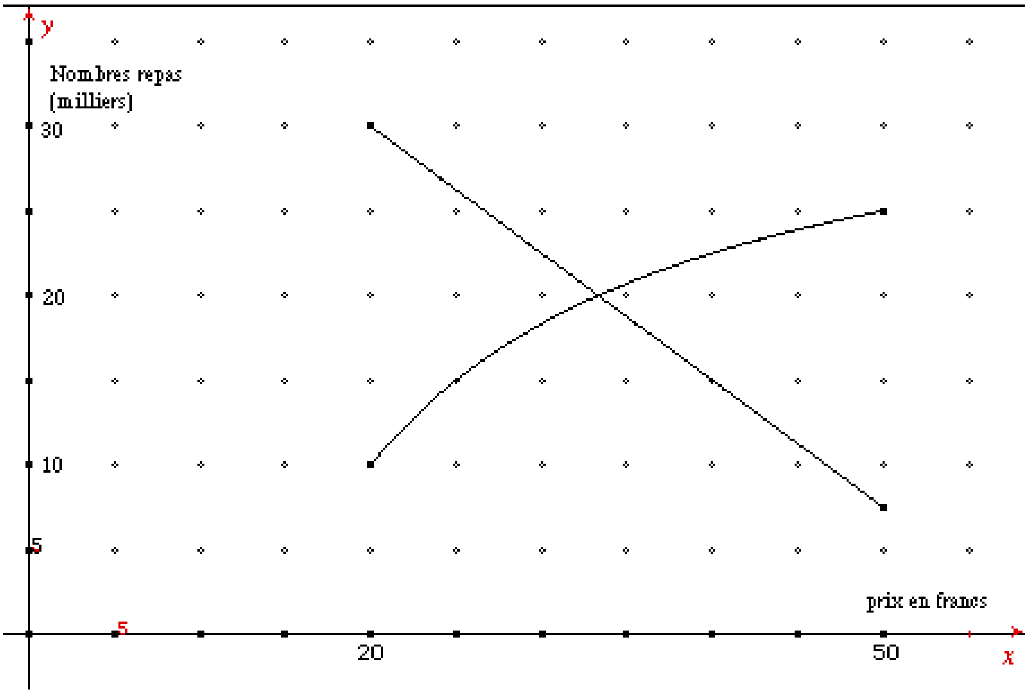
La demande est une fonction d du prix x définie par $d(x) = -0{,}75\,x + 45$.
L'offre est une fonction f du prix x définie par $f(x) = -500/x + 35$.

1) On fixe le prix à 20 F. Quelle est la demande correspondante ? Quelle est l'offre correspondante ?
Comparer ces nombres et commenter.

2) On fixe le prix à 50 F . Quelle est la demande correspondante ? Quelle est l'offre correspondante ?
Comparer ces nombres et commenter.

3) La figure suivante donne la représentation graphique des fonctions *f* et *d* sur l'intervalle [20;50].
Comment l'aspect des représentations graphiques permet-il de repérer rapidement la courbe représentative de *d* et celle de *f* ?

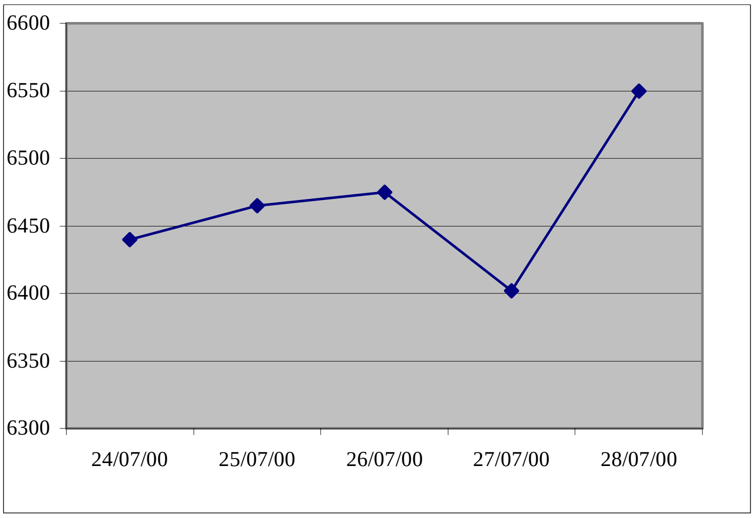
4) Lorsque l'offre est égale à la demande, on atteint un prix d'équilibre.
Déterminer graphiquement ce prix d'équilibre et le nombre prévisible de repas pour ce prix.



Exercice 10

Cours de la bourse en Juillet 2000

Le graphique ci-dessous représente les variations de l'indice CAC 40 de la bourse française dans la semaine du 24 au 31 juillet 2000. Chaque valeur correspond à la valeur de clôture à 17 heures.



1) Les valeurs du CAC 40 de cette semaine sont, dans le désordre : 6402, 6440, 6550, 6465, 6475. En vous servant du graphique et des valeurs précédentes, complétez le tableau ci-dessous.

Jour de la semaine	24/07/00	25/07/00	26/07/00	27/08/00	28/07/00
Indice CAC 40					

2) Quel est le pourcentage d'augmentation de l'indice CAC 40 en fin de semaine par rapport au 24/07/00.
3) Les pourcentages d'évolution (augmentation ou diminution) de cet indice d'un jour au lendemain sont :

24/07/00	25/07/00	26/08/00	27/07/00
0.39	0.15	-1.13	2.31

Après lecture de ce résumé de la semaine, un épargnant tient le raisonnement suivant :
« Je fais la somme des pourcentages, je trouve 1,72%, j'en conclus que le pourcentage d'évolution entre le 24/07 et 28/07 a été de 1,72% »
Que pensez vous de ce raisonnement ?
Quel est le pourcentage d'évolution du CAC 40 du 24 au 28/07 ?
Que pensez vous des deux résultats obtenus ?

Exercice 11

Au Casino

On considère deux roulettes, chacune étant partagée en 10 secteurs égaux numérotés de 0 à 9.

A/ On les fait tourner simultanément ; le numéro gagnant est le chiffre des unités du produit des deux entiers obtenus, par exemple si les deux roulettes indiquent respectivement 3 et 4 le numéro gagnant est 2, chiffre des unités de 12.

On fait tourner les roulettes deux mille fois et on note les résultats dans un tableau.

chiffre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'apparitions	530	106	228	82	252	182	226	88	232	74

Remplir le tableau suivant

Chiffre	Nombre d'apparitions	Fréquence d'apparition
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Construire l'histogramme des fréquences

Calculer la moyenne et l'écart type de cette série.

B/ Dans cette partie on construit à l'aide d'un tableur une table de multiplication particulière ***** définie de la façon suivante

a et **b** étant deux nombres compris entre 0 et 9

a*b est le chiffre des unités du produit **ab**.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

Dénombrer (à l'aide du tableur) les apparitions de chacun des entiers de cette table et construire la table suivante :

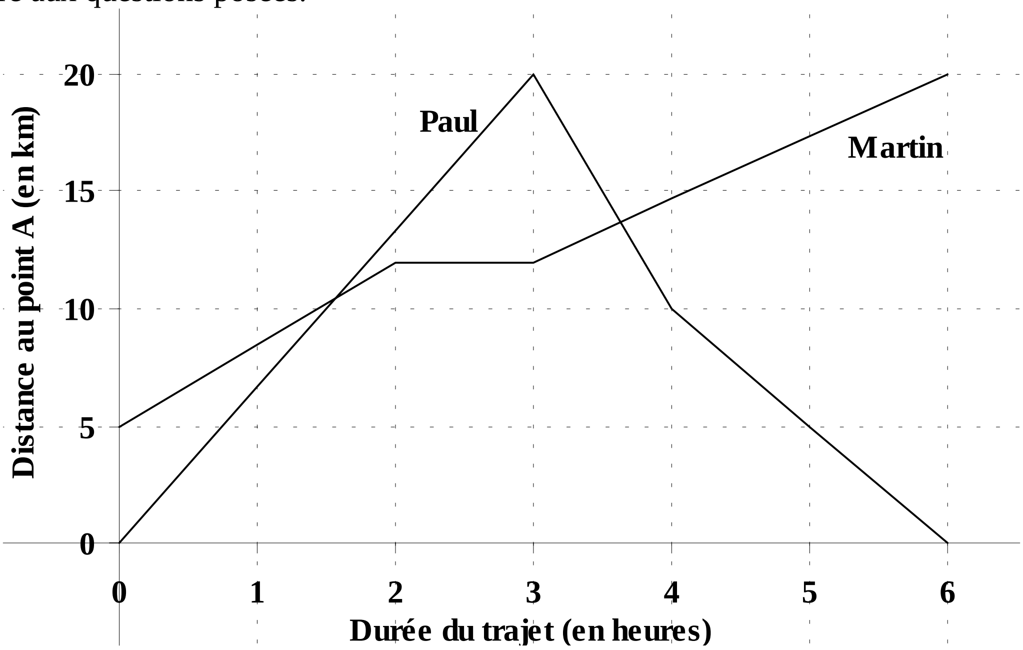
Chiffre	Nombre d'apparitions	Fréquence d'apparitions
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Construire l'histogramme des fréquences de cette série sur le même graphique que celui établi dans la partie A.

Quels commentaires pouvez vous faire ?

Exercice 12

Martin et Paul se déplacent sur une route rectiligne reliant deux points A et B. La distance de A à B est 20 km.
Martin et Paul sont à chaque instant repérés par leur distance à A. Ces deux fonctions du temps sont représentées ci-dessous. C'est ce graphique qui doit servir de référence pour répondre aux questions posées.



1. L'un des deux personnages se déplace à pied, l'autre à bicyclette. Les identifier.
2. Préciser les lieux de départ de Paul et de Martin et le nombre de kilomètres parcourus par chacun d'eux au bout de 6 heures.
3. Au bout de combien de temps environ Paul dépasse-t-il Martin ?
4. On considère que la vitesse de Paul est constante pendant les trois premières heures de son trajet. Quelle est-elle ? En faisant la même hypothèse (vitesse uniforme), déterminer les vitesses avec lesquelles il progresse pendant la quatrième heure puis pendant les deux dernières heures de son trajet.

Exercice 13

Remarques préalables

– *Dans cet exercice on assimile le nombre de bactéries A et B au bout de n semaines à des suites respectivement géométrique et arithmétique. Les nombres de bactéries sont des nombres entiers, mais les termes de la suite géométrique ne le sont en général pas. On fera observer ce problème aux élèves et on pourra agir sur le format des cellules correspondantes. On peut aussi introduire la suite (E(1,025u_n)) des parties entières de u_n et observer les valeurs ainsi obtenues pour déterminer le nombre de bactéries A.*
– *En situation d'activité de classe, les questions peuvent être beaucoup plus ouvertes. On peut, par exemple, demander aux élèves d'organiser les calculs pour répondre directement à la question 2. a)*

Une culture de 4500 bactéries A augmente chaque semaine de 2,5% par rapport à la semaine précédente.
Une culture de 5000 bactéries B augmente de 140 bactéries par semaine.
On note u_n le nombre de bactéries A et v_n le nombre de bactéries B au bout de *n* semaines.

1. Calculer le nombre de bactéries A et le nombre de bactéries B au bout de quatre semaines et au bout de dix semaines.

2. On veut déterminer au bout de combien de semaines le nombre de bactéries A dépasse celui de bactéries B. On peut pour cela compléter un tableau donnant u_n et v_n en fonction de *n*, en utilisant un tableur ou une calculatrice.

   On a commencé à déterminer les valeurs de u_n et v_n avec un tableur

1	A	B	C
2	**n**	u_n	v_n
3	0	4500	5000
4	1	4612,5	5140
5	2	4727,8125	5280
6	3	4846,007813	5420
7	4	4967,158008	5560
8	5	5091,336958	5700
9	6	5218,620382	5840
10	7	5349,085892	5980
11	8	5482,813039	6120
12	9	5619,883365	6260
13	10	5760,380449	6400

a) Expliquer par quelle formule on passe de la valeur de la cellule B3 à celle de la cellule B4, puis de la valeur de la cellule B4 à celle de la cellule B5.
b) Même question pour les cellules C3 et C4, puis C4 et C5.
c) A l'aide d'une calculatrice, déterminer à partir de combien de semaines il y a plus de bactéries A que de bactéries B (justifier en donnant en particulier les résultats numériques nécessaires à la compréhension de cette justification).

3. Au bout de combien de semaines le nombre de bactéries A augmente-t-il de 25% par rapport au nombre initial de bactéries de la culture A ? Expliquer et justifier la réponse.

Exercice 14

On a réalisé une table de nombres entiers aléatoires compris entre 0 et 9 à l'aide d'une calculatrice. Cette table a été partiellement exploitée pour simuler des lancers d'une pièce de monnaie (à tout nombre impair on associe face, à tout nombre pair on associe pile).

1. Les fréquences d'apparition de « pile » observées pour les premières séries de 10 lancers simulées font-elles douter du caractère aléatoire de la répartition des nombres dans la table ?
2. Doit-on s'attendre à un « rééquilibrage » de la fréquence d'apparition de « pile » dans les séries suivantes ? Faire un graphique montrant l'évolution de la fréquence d'apparition de « pile » après 10, 20, 30, ..., 140, 150 tirages.
3. Pour chacune des séries de 10 tirages, on peut noter que certains chiffres ne sont pas « sortis », et que d'autres sont sortis plusieurs fois. Pour ceux qui sont sortis plusieurs fois, on peut compter ces « occurrences multiples » et noter le plus grand nombre ainsi obtenu. Certaines de ces observations ont également été consignées dans la table.
   a. Si un seul des dix chiffres n'apparaît pas dans une certaine série de dix tirages, quel résultat doit-on trouver sur la même ligne dans la dernière colonne ? Si deux chiffres n'apparaissent pas, quels sont les résultats possibles sur la même ligne dans la dernière colonne ?
   b. En poursuivant le raisonnement débuté ci-dessus, faire un tableau des correspondances possibles entre les résultats affichés dans l'avant-dernière et la dernière colonne.
   c. Repérer celles des quinze séries de dix tirages dans lesquelles trois chiffres exactement ne sont pas sortis. Calculer la moyenne des résultats figurant en dernière colonne pour ces séries. Faire de même avec les autres « nombres d'absences » repérés et comparer avec le tableau de correspondance réalisé pour répondre à la question précédente.

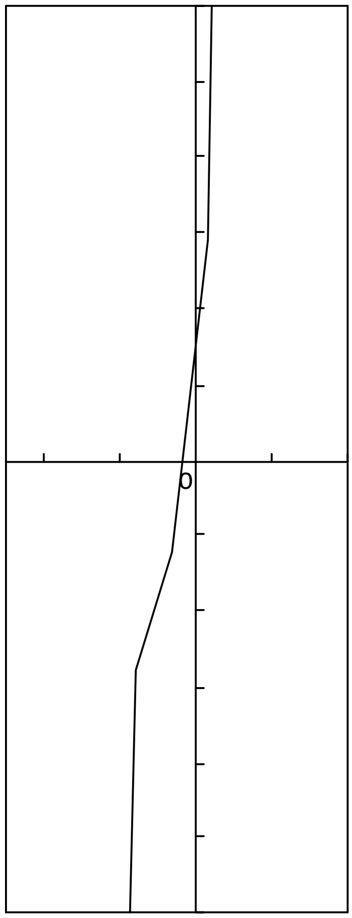
										Fréquence de « pile »	Nombre de chiffres absents de la série	« Longueur maximum » des occurrences multiples
1	3	9	0	1	6	9	1	4	3	0,3		
6	5	2	4	3	7	5	4	1	9	0,4		
3	8	1	1	7	8	0	9	3	6	0,4		
5	9	6	5	9	1	0	8	5	5	0,3		
4	1	8	0	2	9	7	5	3	1	0,4		
3	6	1	2	1	9	7	2	4	0		2	
1	7	8	0	4	0	3	7	0	1		4	
6	9	6	7	5	5	8	4	4	3		3	
8	1	4	5	6	9	0	8	1	1		4	
4	9	8	7	5	1	8	4	8	2		3	
9	1	7	0	8	9	3	6	5	7			2
1	4	6	7	6	0	6	6	2	8			4
0	7	7	3	0	3	9	3	7	5			3
0	1	4	0	2	3	6	8	7	1			2
2	2	6	1	1	2	6	3	4	3			3

Exercice 15

Pour avoir une idée des variations de la fonction *f* définie sur l'intervalle $[-3;3]$ par

$f(x) = 32x^3 + 36x^2 + 12x$

un élève utilise d'abord un logiciel permettant de tracer des courbes représentatives de fonction. Il demande la courbe représentative sur l'intervalle [-3 ;3] et obtient le tracé donné ci-contre :



1. Au vu du graphique, il en conclut que la fonction est probablement croissante sur l'intervalle $[-1;1]$. Calculer *f*(0) et expliquer pourquoi il est sûr que le tracé n'a pas été demandé avec suffisamment de soin et est trop approximatif pour pouvoir en tirer des indications concernant les variations de *f.*

2. Pour “ explorer ” un peu plus la situation, l'élève établit des tableaux de valeurs à l'aide d'une calculatrice.

a) Compléter les tableaux suivants :

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
f(*x*)							

x	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	0,75	1
f(*x*)									

b) Peut-on en conclure que la fonction est croissante sur l'intervalle [-1 ; 1] ?
c) Montrer que la fonction est croissante sur l'intervalle [0 ; 3]

Exercice 16

Les 3 parties font référence au document de la page 23.

<u>1ère partie portant sur le graphique « Prix du gazole dans l'Union Européenne »</u>

1. Dans cette question, on ne considère que les sept pays suivants : Portugal, Grèce, Luxembourg, Allemagne, France, Danemark et Suède.
   Dans lequel de ces sept pays, le gazole est-il le plus lourdement taxé ?

2. De quel pourcentage doivent baisser les taxes au Royaume-Uni pour que le prix du litre de gazole y soit égal au prix moyen européen ?

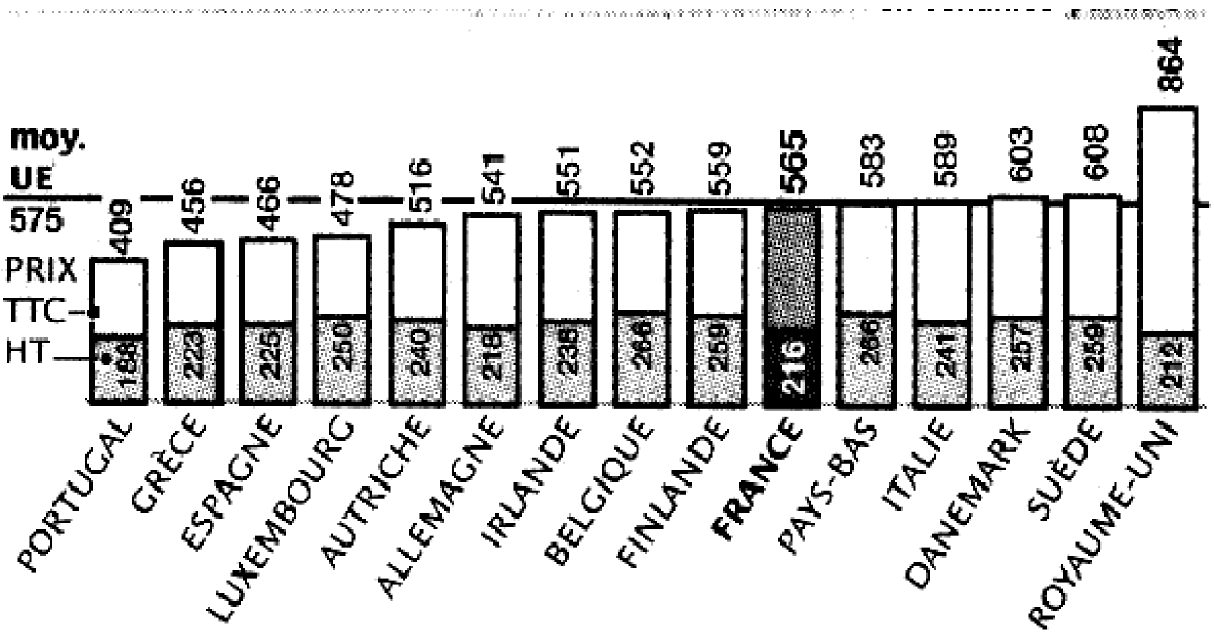
2ème partie portant sur le graphique « Evolution des prix en France »

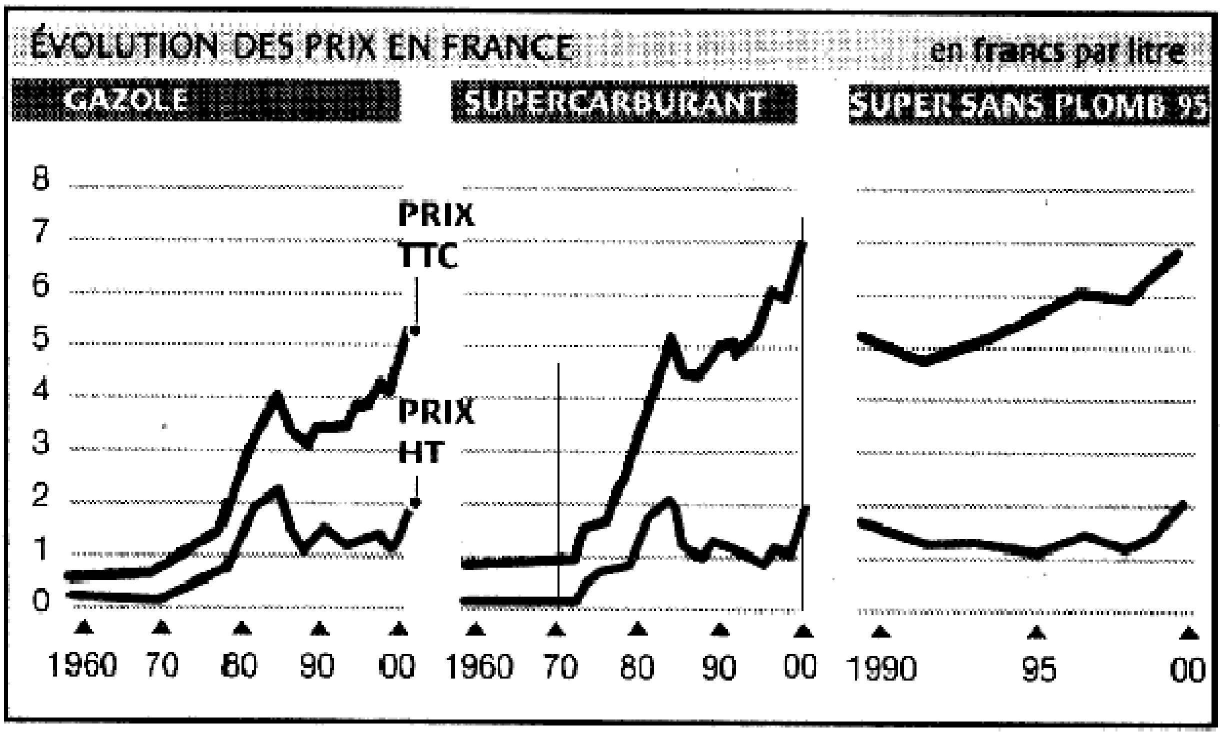
On s'intéresse maintenant au « supercarburant ».
On lit sur le graphique que le prix HT du supercarburant en 1970 était approximativement de 0,16F, et on arrondira les autres valeurs lues au franc le plus proche.

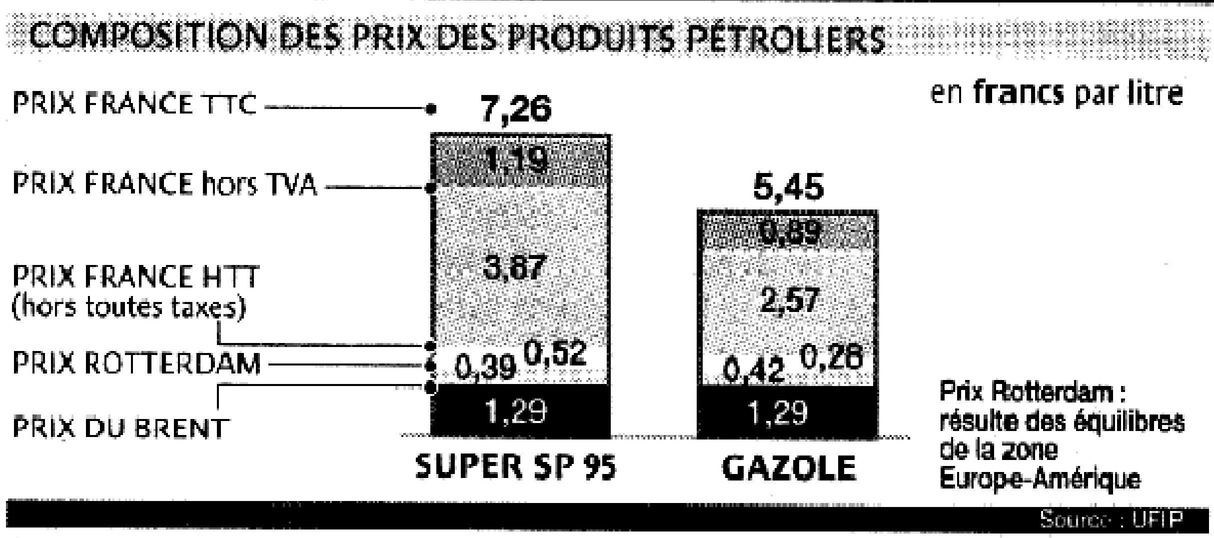
1. Pour le « supercarburant », comparez les pourcentages d'évolution du Prix HT , du Prix TTC et du montant des taxes.
   Précisez les coefficients multiplicateurs dans chacun des trois cas.
2. Que pensez-vous de l'affirmation : « La taxe a augmenté environ deux fois moins vite que le prix hors taxe de super carburant » ? Justifiez.
3. On admet que le montant des taxes a été multiplié par 6 entre 1970 et 2000. De quel pourcentage doit-on diminuer ce montant pour retrouver la valeur de 1970 ?
4. Refaire le même calcul pour 1980.

3ème partie portant sur le graphique « Composition des prix des produits pétroliers »

Une de ces affirmations ci-dessous est exacte. Laquelle ? Justifiez votre choix.
Le montant des taxes représente environ 1,4 fois le prix hors taxe du super SP 95.
Le montant des taxes représente environ 2,3 fois le prix hors taxe du super SP 95.
Le montant des taxes représente environ 3,3 fois le prix hors taxe du super SP 95.


moy. UE 575
PRIX TTC
HT
409
456
466
478
516
541
551
552
559
565
583
589
603
608
864
188
223
225
250
240
218
236
266
259
216
266
241
257
259
212
PORTUGAL
GRÈCE
ESPAGNE
LUXEMBOURG
AUTRICHE
ALLEMAGNE
IRLANDE
BELGIQUE
FINLANDE
FRANCE
PAYS-BAS
ITALIE
DANEMARK
SUÈDE
ROYAUME-UNI

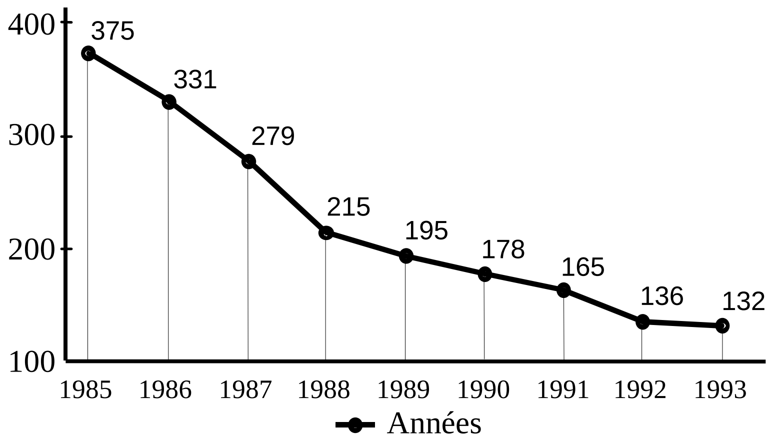

ÉVOLUTION DES PRIX EN FRANCE
en francs par litre
GAZOLE
SUPERCARBURANT
SUPER SANS PLOMB 95
8
7
6
5
4
3
2
1
0
PRIX TTC
PRIX HT
1960
70
80
90
00
1960
70
80
90
00
1990
95
00


COMPOSITION DES PRIX DES PRODUITS PÉTROLIERS
en francs par litre
PRIX FRANCE TTC
PRIX FRANCE hors TVA
PRIX FRANCE HTT (hors toutes taxes)
PRIX ROTTERDAM
PRIX DU BRENT
7,26
1,19
3,87
0,39
0,52
1,29
5,45
0,89
2,57
0,42
0,26
1,29
SUPER SP 95
GAZOLE
Prix Rotterdam : résulte des équilibres de la zone Europe-Amérique
Source : UFIP

Exercice 17

Le graphique utilisé dans cet exercice est issu d'un sujet d'enseignement scientifique maths du bac L de juin 1995 mais les questions posées sont différentes.
Contexte : décroissances linéaires, pourcentages, interprétation et lecture critique d'un graphique.

Le document ci-dessous est extrait d'une plaquette EDF de 1993 et rend compte de l'évolution annuelle en volume des déchets radioactifs conditionnés entre 1985 et 1993.



1. a) Calculer la diminution de volume entre 1985 et 1988.
Calculer la diminution moyenne annuelle durant la période 1985-1988.

b) Expliquer pourquoi, d'après le graphique, la décroissance du volume peut être considérée comme à peu près linéaire durant la période 1985-1988 et durant la période 1988-1991.
Peut-on considérer, d'après le graphique, que la décroissance est linéaire durant la période 1985-1991?

2. a) Calculer, en pourcentage du volume initial, la baisse de volume entre 1985 et 1988.

b) Si le pourcentage de baisse entre 1988 et 1991 était resté de 42,7 %, quel aurait été le volume en 1991?

3. Par combien le volume annuel de déchets radioactifs conditionnés a-t-il été divisé entre 1988 et 1993? Est-ce l'impression visuelle que donne le graphique? Expliquer pourquoi.

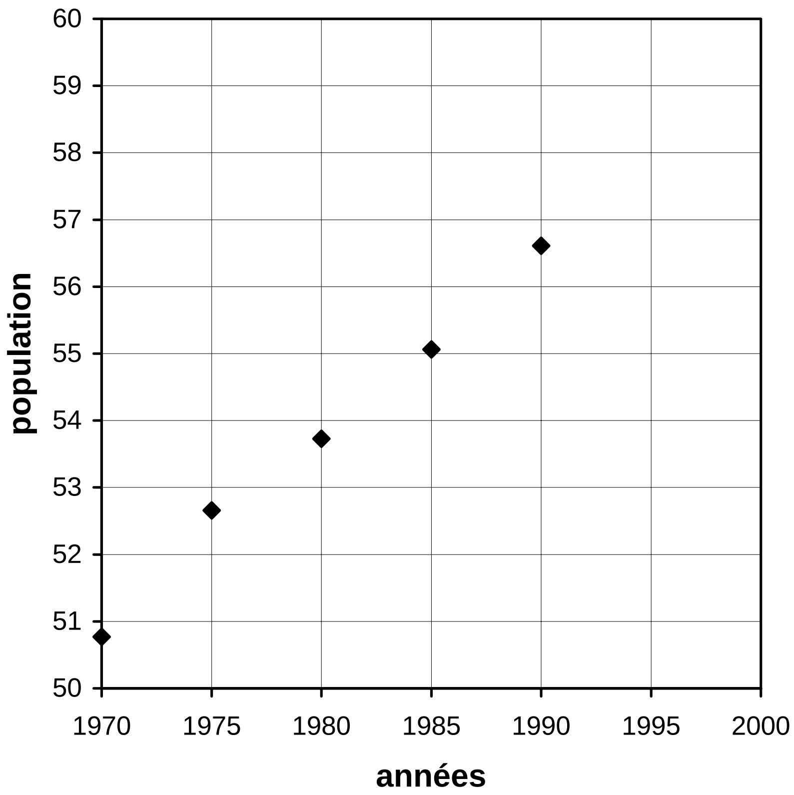
Exercice 18

Données tirées du QUID 2000 page 601a.
Contexte : interprétation et lecture critique d'un graphique, croissance linéaire, croissance exponentielle, pourcentages, augmentations successives, approximation linéaire pour un taux faible.
Remarque : le mot "quinquennal" est peut-être à définir.

Le tableau ci-dessous concerne la population française.

Année	1970	1975	1980	1985	1990
Population (en millions d'habitants)	50,77	52,66	53,73	55,06	56,61

Ces données sont illustrées par le diagramme ci-dessous.



1) On veut estimer la population française de l'année 2000 à partir des données qui précèdent.
Pourquoi, d'après le graphique ci-dessus, est-il souhaitable de se baser sur les populations de 1975, 1980, 1985 et 1990 et d'écarter la population de 1970?

Dans la suite, on écarte la population de 1970.

2) a) Calculer, pour la période 1975-1990, l'augmentation quinquennale moyenne.
b) On fait l'hypothèse que la croissance de la population est linéaire.
Estimer la population française en 1995 et en 2000.
c) Placer les valeurs trouvées en bleu sur le graphique.

3) a) Calculer le pourcentage d'augmentation de la population entre 1975 et 1990.
b) On fait l'hypothèse que la croissance de la population est exponentielle.
Montrer que le pourcentage trouvé en a) correspond à une augmentation de 2,44 % tous les 5 ans.
c) En supposant que la population augmente de 2,44 % tous les 5 ans, estimer la population française en 1995 et en 2000.
d) Placer les valeurs trouvées en rouge sur le graphique.

4) Pourquoi les deux hypothèses donnent-elles des estimations assez proches?

Exercice 19

Etude de la valeur énergétique des repas

Pendant une semaine composée de quatre jours consécutifs de travail, puis de trois jours fériés, Mr Gourmet décide d'étudier la valeur énergétique en kilocalories de chacun des dîners.
Pour cela, il fait une première étude sur les 4 premiers dîners, puis une seconde sur les trois derniers.
Il obtient alors à l'aide d'un tableur pour chacun des mets la moyenne, la variance et l'écart-type (celui-ci arrondi à l'unité près) :

Tableau A (jours de travail)

	dîner N°1	Dîner N°2	dîner N°3	dîner N°4	moyenne	variance	écart-type
Entrée :	170	150	160	180	165	125	11
Plat principal:	490	450	320	380	410	4250	65
Fromage:	80	120	90	130	105	425	21
Dessert:	220	200	160	240	205	875	30
Boisson:	170	120	130	20	110	3050	55
total	1130	1040	860	950	995	10125	101

Tableau B (des jours fériés)

	dîner N°5	Dîner N°6	dîner N°7	moyenne	variance	écart-type
Entrée :	170	230	170	190	800	28
Plat principal:	480	750	450	560	18200	135
Fromage:	150	180	180	170	200	14
Dessert:	160	190	220	190	600	24
Boisson:	200	260	140	200	2400	49
total	1160	1610	1160	1310	45000	212

1) a) Dans le tableau A, interprétez chacun des nombres de la ligne intitulée *total*.
b) Dans le tableau B, si l'on augmente de 30 kilocalories le plat principal du dîner N°6, quelles sont les valeurs du tableau qui vont changer? Reproduisez ce tableau avec ces nouvelles valeurs.

On considère les trois séries d'apports énergétiques des différents dîners de la semaine:
La série (S_A) des quatre apports énergétiques correspondant aux quatre premiers dîners.
La série (S_B) des trois apports énergétiques correspondant aux trois derniers dîners.
La série (S) des sept apports énergétiques correspondant aux sept dîners de la semaine.

2) a)Comparez les séries (S_A) et (S_B) à l'aide des moyennes et des écart-types.
Quel commentaire pouvez vous faire?
b) Mr Gourmet travaille quatre jours sur sept pendant l'année, peut-on conclure de l'étude précédente qu'il consomme 32 % de plus de kilocalories aux dîners pendant ses congés que pendant ses jours de travail?

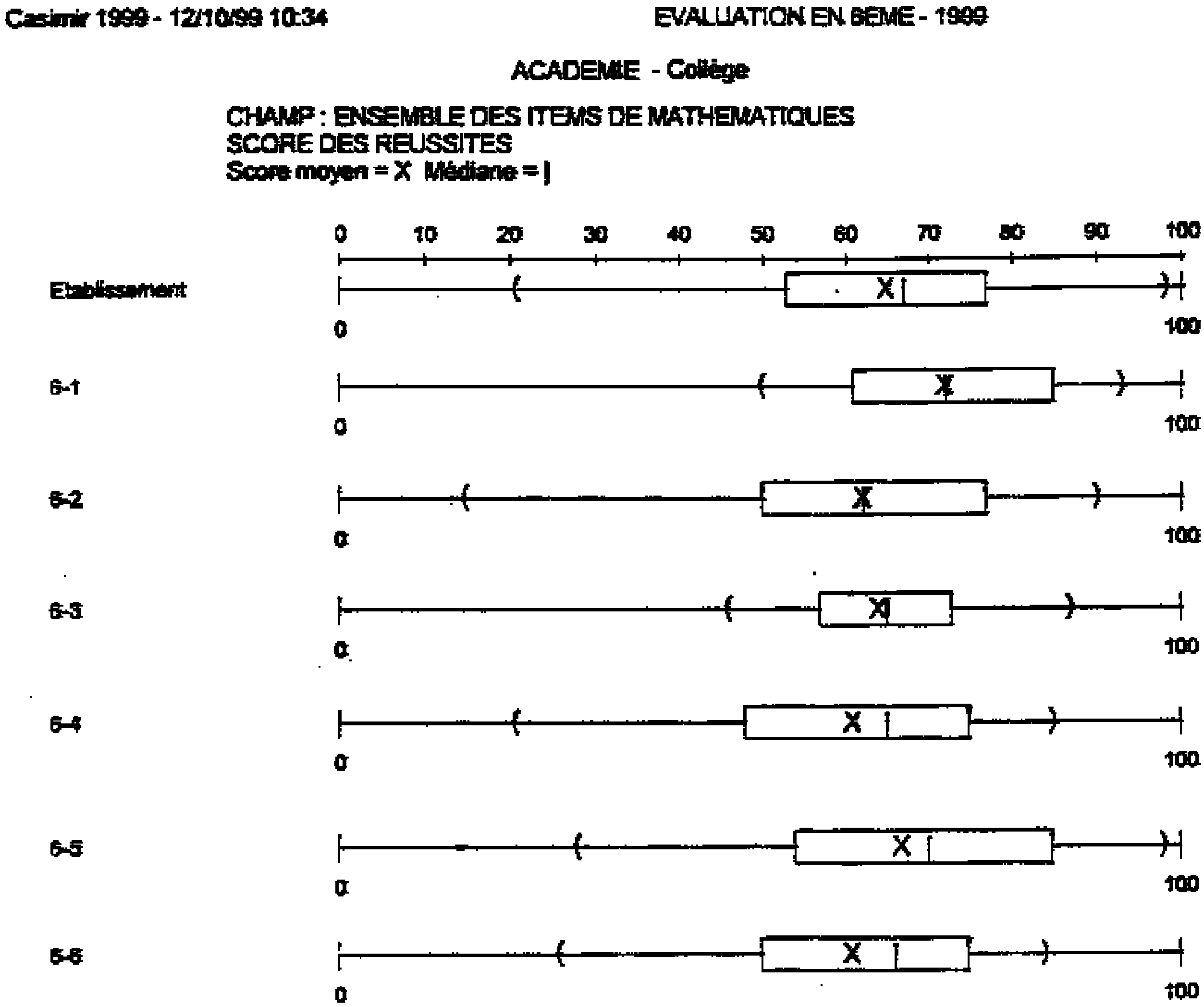
3)a) En utilisant les moyennes de (S_A) et (S_B), montrez que la moyenne de la série (S) est $\bar{x}$ = 1130.
b) Déterminez la médiane de la suite (S) et calculez son écart-type σ .
c) Déterminez le pourcentage du nombre de dîners dont l'apport calorifique appartient à $[\bar{x}-\sigma\,;\,\bar{x}+\sigma]$
4) Pour suivre un régime, on considère qu'il faut que chaque dîner n'exède pas 800 kilocalories.
Pour cela, Mr Gourmet décide pendant les jours de travail de supprimer le fromage à tous les dîners.
a) La série (S_A) associée aux quatre premiers dîners devient ainsi une nouvelle série (S'_A) dont vous chercherez la moyenne et l'écart-type.
b) A l'aide de ce régime, on peut perdre chaque mois 3 % de son poids. Mr Gourmet pèse 95 kilogrammes. Combien lui faudra-t-il de mois pour perdre 15 kilogrammes?

Exercice 20

Le graphique ci-dessous (voir fichiers boîtes à moustaches) illustre les résultats en mathématiques à l'évaluation à l'entrée en sixième de septembre 1999 pour un collège de la région « Ile de France », sous forme de diagrammes en boîtes (boîtes à moustaches). Les résultats résument les pourcentages d'items réussis pour l'établissement (ensemble des élèves de 6^e) et pour chacune des classes de sixième du collège.
Chacun des diagrammes en boîtes est déterminé de la manière habituelle à l'aide de la médiane, des premier et troisième quartiles, des premier et neuvième déciles. De plus, le pourcentage moyen d'items réussis figure sur le diagramme.

On répondra aux questions suivantes en s'appuyant sur les graphiques (le plus souvent, on demande une réponse qualitative).

1. Quel est le pourcentage moyen d'items réussis par l'ensemble des élèves de sixième du collège ?
2. Quelle est la valeur de la médiane pour l'ensemble des élèves de sixième de l'établissement ? Comment interprétez-vous ce nombre ?
3. Au vu des diagrammes, que peut-on dire des résultats de la 6^e 1 ?
4. Comment se comparent les profils des 6^e 1 et 6^e 5 en ce qui concerne les scores de réussites à l'évaluation en question ?
5. Pour la 6^e 4 comment interprétez-vous le fait que la moyenne est inférieure à la médiane ?



Exercice 21

UN PROBLEME DE PARTAGE

Ce problème est dû à Nicolas Chuquet (Paris 1445 - Lyon 1500).
Médecin à Lyon, il écrit l'un des plus important ouvrages d'algèbre de son époque : Triparty en la science des nombres. On lui doit, entre autres, l'introduction des exposants, et il est le premier à considérer isolément un nombre négatif.

Problème:
Un héritage de 81 000 F doit être partagé entre 9 frères ; Nicolas Chuquet propose la méthode suivante :
l'aîné prélève d'abord 1 000 F puis 10% de la somme restante,
le 2$^{\text{ème}}$ frère prélève 2 000 F puis 10% de la nouvelle somme restante,
le 3$^{\text{ème}}$ frère prélève 3 000 F puis 10% de la nouvelle somme restante,
etc …
Calculer la part de chacun.
Le partage est-il équitable ?
Et si l'héritage n'est pas de 81 000 F ?