

## MATHÉMATIQUES

### Espace et géométrie

# Représenter l'espace

## Objectifs

Au cycle 3, la manipulation, l'observation, la description et la représentation de nombreux solides (pavé droit, cube, prisme droit, pyramide régulière, cylindre, cône et boule) ont permis à l'élève de développer et structurer sa vision de l'espace environnant. L'ensemble de ces travaux l'ont conduit à mettre en jeu des grandeurs géométriques (aire, volume, angle) et leur mesure. Ce travail s'est fait conjointement avec une première modélisation de l'espace familier (la classe, l'établissement, l'environnement urbain proche, etc.) ouvrant sur des problèmes simples.

Au cycle 4, l'élève prolonge ce travail et aborde des situations dans un environnement plus complexe. Confronté à des problèmes spatiaux et à des calculs de mesure de grandeurs, il mobilise les notions étudiées en cours de cycle, notamment celles relevant de la géométrie plane (parallélisme, orthogonalité, théorème de Pythagore, trigonométrie, etc.).

La définition des solides particuliers n'est pas un objectif du programme.

Par ailleurs, l'objectif est de développer la capacité de l'élève à appréhender l'espace et à s'y repérer. Le repérage dans le plan, travaillé au cycle 3, est ainsi poursuivi avec la définition de coordonnées dans un repère orthogonal. L'observation et le repérage dans un parallélépipède rectangle, l'utilisation en lien avec l'enseignement de technologie, d'un logiciel de représentation dans l'espace, d'une machine à commande numérique ou d'une imprimante 3D offrent des opportunités pour initier l'élève au repérage cartésien dans l'espace. Enfin, en lien avec une modélisation de la Terre, l'élève découvre le repérage sur une sphère. Les notions de latitude et de longitude trouvent tout naturellement un prolongement dans les enseignements de géographie et de sciences de la vie et de la Terre.

## Liens avec les domaines du socle

La production et l'utilisation de représentations adaptées de l'espace, le recours à des plans ou des cartes pour se repérer permettent de développer la vision du monde en utilisant un langage mathématique et scientifique (domaine 1).

Les différents travaux menés à partir d'observations de l'espace environnant renforcent chez l'élève la compréhension du rôle des mathématiques dans la compréhension et la représentation des systèmes naturels (domaine 4).

La découverte du repérage sur la sphère permet à l'élève de découvrir et de comprendre des représentations du monde et de l'activité humaine (domaine 5).

## Progressivité des apprentissages

Le travail conduit dès le début du cycle 4 permet de passer progressivement de l'observation de solides concrets à leur représentation à l'aide de patrons ou de vues partielles, afin d'aboutir ensuite à des représentations plus riches et plus abstraites.

La perspective cavalière, qui ne constitue pas un objet d'étude en soi, est utilisée en classe. L'élève, une fois familiarisé avec la représentation d'objets simples en perspective, peut s'appuyer sur l'utilisation régulière d'un logiciel de géométrie dynamique. L'enseignant veille à mettre en évidence l'apport de ce nouvel outil, notamment, dans l'observation et l'exploitation de différentes vues d'un même objet de l'espace.

La représentation de l'espace a sa place tout au long du cycle en lien avec d'autres thèmes du programme.

## Stratégies d'enseignement

Les problèmes qui mettent en jeu des grandeurs (longueur, aire ou volume par exemple) fournissent des situations complexes propices au développement de la vision de l'espace. En lien avec la progression adoptée pour l'ensemble des thèmes du programme, l'enseignant veille à proposer tout au long du cycle des problèmes qui conduisent l'élève à mobiliser les savoirs et savoir-faire en cours d'acquisition.

On peut citer notamment :

- la réalisation de maquettes (pouvant être obtenues avec l'aide d'un logiciel), d'un patron (par exemple la construction du patron d'un cône sous contraintes : périmètre à la base donné, ou périmètre à la base et hauteur donnés, ou aire fixée), la lecture sur une carte ou sur un plan en lien avec l'utilisation d'un rapport d'agrandissement ou de réduction (résoudre des problèmes de proportionnalité, thème grandeurs et mesures) ;
- le calcul du volume d'un solide (thème grandeurs et mesures) ;
- le calcul de grandeurs géométriques grâce à l'utilisation du théorème de Pythagore, du théorème de Thalès ou grâce à l'utilisation de rapports trigonométriques dans un triangle rectangle (utiliser des notions de géométrie plane) ;
- la dépendance de deux grandeurs géométriques, comme par exemple le volume et le rayon d'une boule (comprendre et utiliser la notion de fonction et thème grandeurs et mesures).

Les travaux de description, de modélisation, de représentation du monde réel environnant fournissent un terrain fertile au développement des compétences dans la vision de l'espace et dans sa représentation. Il est souhaitable de s'appuyer autant que possible sur des objets présents et identifiables dans l'environnement familier des élèves.

Ainsi, le repérage sur un plan, initié au cycle 3, peut être étendu à l'espace que constitue l'environnement immédiat. La salle de classe ou la cour de l'établissement fournissent un terrain propice à des déplacements, des positionnements réalisables ou modélisables par les élèves. Ces activités élémentaires qui consolident le recours à un repérage dans le plan peuvent être illustrées par l'utilisation d'instructions de déplacement au cours d'activités de programmation (« aller à ... »). Inversement, des activités de déplacements automatisés à l'aide d'un repère offrent une situation élémentaire d'informatique débranchée que l'enseignant peut exploiter pour permettre aux élèves de s'approprier le repérage par les coordonnées.

Le repérage dans un parallépipède rectangle à l'aide de trois coordonnées (abscisse, ordonnée, altitude) ne doit pas faire l'objet d'une introduction générale sur les repères

Retrouvez Éduscol sur



cartésien de l'espace. Au contraire, il s'agit dans un premier temps, en prolongement de ce qui a été effectué dans le plan, d'illustrer pour l'élève la nécessité d'utiliser une troisième coordonnée. L'enseignant peut donc chercher à s'appuyer sur de nouvelles configurations simples où l'expérimentation directe est encore accessible dans un environnement proche (repérage d'un point du plancher ou du tableau, d'une lampe, etc.) avant de mettre en place un cadre plus rigoureux et plus général. L'enseignement peut également s'appuyer sur les liens existant avec d'autres enseignements, notamment celui de technologie. En effet, la représentation d'un objet à l'aide d'un logiciel ou sa conception à l'aide d'une imprimante 3D sont des exemples de situations qui nécessitent de faire appel aux coordonnées dans l'espace. Ces situations sont à privilégier car elles prennent leur sens dans le quotidien de l'élève, au service d'une réalisation concrète.

De même, le repérage sur la sphère ne doit pas faire l'objet d'une introduction générale ou abstraite. Pour amener à ce repérage, l'enseignant cherche à développer un travail expérimental. Il peut s'appuyer, par exemple, sur l'étude de la section d'une sphère par un plan, réalisée avec l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. En lien avec l'enseignement d'autres disciplines (géographie et sciences de la vie et de la Terre notamment), on se place dans la situation du globe terrestre modélisé par une sphère avec les pôles Nord et Sud placés sur un axe vertical. Cette étude peut alors permettre de mettre en évidence les cas particuliers d'une section par un plan vertical contenant les deux pôles ou par un plan horizontal et ainsi d'éclairer le vocabulaire qui sera ensuite utilisé : méridiens, équateur ou parallèles. En soulignant les liens existant avec d'autres disciplines, on aboutit à la définition des coordonnées terrestres (la longitude et la latitude). L'utilisation de ces grandeurs pour repérer un lieu géographique sur une mappemonde ou sur une carte est proposée et exploitée en cours de mathématiques.

Le calcul du rayon d'un parallèle en différents lieux du globe terrestre est un exercice mathématique intéressant qui renvoie à son observation sur une mappemonde ou sur une carte.

De même, le calcul de la [distance à l'horizon](#), qui fait appel au théorème de Pythagore et à la trigonométrie, donne lieu à un travail sur les ordres de grandeurs. Il peut aussi faire intervenir la notion de fonction et donner lieu à l'utilisation d'un tableur.

L'utilisation de données réelles fournies par l'actualité (par exemple, les positions d'un skipper lors d'une course transatlantique) constitue également une situation propice à motiver ces apprentissages.

## Différenciation

Dans ce thème, les possibilités de différenciation peuvent s'exercer :

- en diversifiant les supports et les outils pour appréhender l'espace : solides usuels, mappemonde, maquette, vue en perspective, vue en coupe, figure réalisée à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, etc. ;
- en délivrant un accompagnement spécifique, que ce soit pour des travaux en classe ou hors la classe : on peut par exemple envisager un travail collaboratif comme la construction d'un patron en imposant certaines contraintes ;
- en guidant plus ou moins l'élève dans la réalisation de la tâche, au moyen de supports concrets susceptibles de l'aider ou par le biais de questions supplémentaires ;
- en prolongeant une étude pour certains élèves.

## Exemples de situations d'apprentissage

Exemples de [questions flash](#)

Exemple de tâches intermédiaires : [L'usinage d'une pièce de bois](#)

Exemples d'activités avec prise d'initiative :

- [Curieux parcours sur la Terre](#)
- [Voyages sur un méridien](#)
- [La surface vitrée de la pyramide du Louvre](#)

## Ressources complémentaires

Les ressources proposées ci-après constituent des compléments et des approfondissements utiles pour aborder le thème « Espace et géométrie » avec les élèves. Certains de ces documents ont été produits dans le cadre de l'accompagnement de programmes de mathématiques antérieurs. À ce titre, ces ressources s'inscrivent dans un contexte pédagogique désormais ancien. Néanmoins, elles proposent des éléments toujours pertinents.

- [Géométrie au collège](#) : étude la ligne d'horizon, page 5
- [Principaux éléments de mathématiques - Banque de problèmes](#) : exercices 11, 12 et 20
- [Repérage sur la sphère](#), Claire-Marie Aït-Aïssa, vice-rectorat de Nouvelle Calédonie
- [De la sphère au plan](#), IREM de Besançon, 2009

Retrouvez Éduscol sur

