MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Grandeurs et mesures

Grandeurs et mesures au cycle 3

Introduction

Les grandeurs et les mesures de grandeurs sont enseignées du cycle 1 au cycle 4. Elles font l'objet d'un thème d'étude spécifique des programmes de mathématiques pendant toute la scolarité obligatoire. Au cycle 2, dans la poursuite des premiers apprentissages réalisés en maternelle à partir de manipulations et d'observations sur la longueur, la masse et la contenance, les connaissances sur ces grandeurs commencent à se structurer en même temps que sont progressivement introduites quelques unités de mesure du système international d'unités. Deux autres grandeurs, la durée et la monnaie ainsi que quelques unités associées sont progressivement introduites. Au cycle 3, le travail sur les grandeurs étudiées au cycle 2 se poursuit avec l'élargissement du champ des unités et de nouvelles grandeurs sont introduites : les aires, les volumes et les angles.

Objectifs

L'enseignement des grandeurs et de leurs mesures doit permettre aux élèves de comprendre le sens des mesures de grandeurs qu'ils rencontrent à l'école ou dans leur vie quotidienne et qu'ils rencontreront dans un cadre professionnel. Pour cela, ils doivent, d'une part, comprendre à quoi correspond la grandeur dont on leur parle, et d'autre part, avoir une représentation la plus précise possible de ce à quoi correspond une mesure donnée. Pour ce faire, l'acquisition de connaissances et la construction des compétences visées à la fin de chacun des cycles doit s'appuyer sur des situations concrètes, en abordant les apprentissages au travers de situations problèmes le plus souvent empruntées à la vie courante ou issues d'autres disciplines.

Les compétences acquises concernant les grandeurs ou les mesures étudiées en mathématiques sont en effet utiles et nécessaires dans les autres disciplines, qui offrent de nombreuses occasions de réinvestissement : distance en géographie, durée en EPS, masse en sciences, etc. Ces acquisitions, et en particulier la compréhension des systèmes de mesures et le sens des préfixes, vont aussi faciliter les apprentissages menés sur d'autres grandeurs étudiées dans les autres disciplines : capacité de stockage de données en technologie, repérage dans le temps en histoire, température ou densité en sciences, etc.

Liens avec les domaines du socle

La résolution de problèmes portant sur les notions de grandeurs et mesures contribue au développement des compétences du domaine « *les langages pour penser et communiquer* » (domaine 1). La compréhension des énoncés de problèmes dans lesquels apparaissent des grandeurs et l'expression des solutions requièrent en effet le plus souvent l'utilisation de la langue française et la maitrise d'un vocabulaire mathématique adapté : masse, périmètre, aire, unité, etc., Ces situations mobilisent la compréhension du sens de la grandeur en présence, mais aussi du fait qu'une même grandeur peut être désignée par des mots différents, porteurs d'un sens plus précis. Ainsi par exemple la largeur d'une route est-elle une longueur, comme l'épaisseur d'une ramette de papier, l'altitude d'un sommet ou le diamètre d'un bassin circulaire.

La résolution de problèmes portant sur les notions de grandeurs et mesures est également naturellement liée au domaine « *les méthodes et outils pour apprendre* » (domaine 2), qui concerne plus généralement l'ensemble des résolutions de problèmes en mathématiques. Enfin, le thème grandeurs et mesures contribue au domaine « *les systèmes naturels et techniques* » (domaine 4) : la connaissance de grandeurs et de mesures associées, l'utilisation d'instruments de mesure, les calculs effectués avec des mesures et la résolution de problèmes vont contribuer à faire acquérir aux l'élèves les fondements de la culture mathématique, scientifique et technologique nécessaire à une découverte de la nature et de ses phénomènes, ainsi que des techniques développées par les femmes et les hommes.

Progressivité des apprentissages

Il faut prendre le temps de construire chacune des grandeurs étudiées à l'école primaire avec les élèves, ce qui implique de travailler dans un premier temps les grandeurs pour elles-mêmes, indépendamment des mesures, en invitant les élèves à observer un objet ou comparer plusieurs objets selon différents points de vue. Il est important en effet qu'à de multiples occasions les élèves constatent que l'on peut associer plusieurs grandeurs à un même objet : par exemple, pour un objet de forme parallélépipédique, on peut considérer l'aire de l'ensemble ses faces, son volume ou encore sa masse. Un autre objet de forme parallélépipédique peut avoir le même volume, une aire de l'ensemble de ses faces plus grande, et une masse plus petite. La comparaison des deux solides nécessite donc l'identification précise des critères de comparaison. Comparer des solides selon une grandeur donnée développe chez les élèves la capacité à prendre de la distance par rapport à un objet, à mettre de côté certaines données observables pour n'en cibler qu'une seule ; il s'agit là d'une première étape vers l'abstraction et la modélisation.

Dans un deuxième temps, lorsque la grandeur retenue est bien identifiée, il sera alors possible d'introduire une puis plusieurs mesures associées : par exemple, la notion de masse étant acquise on pourra introduire sa mesure en kilogramme.

Les apprentissages se construisent progressivement tout au long des quatre cycles de l'école et du collège.

- **Au cycle 1**, les élèves constituent des collections de taille donnée et déterminent des tailles de collections dès la petite section. Par des observations, des comparaisons directes et des tris, les élèves sont amenés à distinguer certaines grandeurs : longueur, masse ou contenance.
- **Au cycle 2**, les élèves travaillent sur les grandeurs suivantes : taille des collections (nombre cardinal), longueur, masse, capacité, durée, prix. Il s'agit de prendre conscience qu'un objet peut être considéré selon plusieurs grandeurs : sa longueur, sa masse, sa contenance, etc. Quelques unités usuelles sont progressivement introduites, elles prennent sens en invitant les élèves à déterminer des mesures par report et comptage d'unités élémentaires, puis à l'aide d'instruments simples comme la règle graduée, mais aussi en leur faisant estimer des mesures de grandeurs. Les élèves commencent à se constituer un répertoire de mesures de certaines grandeurs auxquelles ils peuvent se référer pour estimer d'autres mesures.
- **Au cycle 3**, en plus de la poursuite du travail sur les grandeurs rencontrées au cycle 2, s'ajoutent les grandeurs aire, volume et angle, et des unités de mesure associées sont pro-

gressivement introduites. Les préfixes utilisés pour les unités (de milli- à kilo-) doivent être connus des élèves en fin de cycle. L'utilisation de ces préfixes permet, tout au long du cycle, de renforcer le travail sur les nombres entiers et décimaux. L'utilisation des nombres et des opérations arithmétiques permet de résoudre des problèmes impliquant les grandeurs étudiées. Des formules pour calculer des mesures de grandeurs sont progressivement établies et régulièrement utilisées (aire du rectangle, longueur du cercle, volume du pavé droit, etc.).
- **Au cycle 4**, le travail se poursuit sur les grandeurs étudiées aux cycles précédents. Des formules supplémentaires sont établies pour déterminer les volumes des solides usuels. Les notions de grandeurs produit ou quotient, qui ont pu être rencontrées aux cycles 3 (vitesse, débit, coefficient de proportionnalité, etc.), sont formalisées. Les élèves étudient l'effet d'agrandissement ou de réduction sur les longueurs, les aires ou les volumes.

Stratégies d'enseignement

Le travail mené doit en priorité s'appuyer sur la manipulation d'objets réels pour « percevoir » les différentes grandeurs étudiées :

- de simples baguettes, ficelles ou encore bandelettes de papier permettent de donner du sens à la notion de longueur ;
- les objets du quotidien de l'élève (crayon, trousse, manuel, cartable, etc.) ou de la vie courante (téléphone portable, paquet de céréales, paquet de sucre, bouteille d'eau, lot de six bouteilles d'eau, voiture, etc.) peuvent aider à donner du sens à la notion de masse, en particulier en manipulant des matériaux de densités différentes et donc permettant de bien dissocier masse et volume : le paquet de céréales a un volume supérieur à celui de la bouteille d'un demi litre, mais sa masse est inférieure ;
- des figures découpées à superposer permettent de renforcer la compréhension de la notion d'aire et à la distinguer de celle de périmètre : une étoile à 8 branches qui s'inscrit dans un carré peut avoir une aire inférieure à celle du carré mais un périmètre plus grand ; si on partage un carré en deux rectangles superposables, ces rectangles ont une aire deux fois plus petite, mais il n'en est pas de même pour leur périmètre, etc.

Les élèves vont ensuite progressivement être amenés à déterminer des mesures des grandeurs des objets manipulés, ce travail va contribuer à donner du sens aux unités usuelles et à développer l'esprit critique des élèves. En effet, les mesures de certaines grandeurs d'objets manipulés effectuées en classe vont permettre de créer progressivement un répertoire de références utiles pour estimer d'autres mesures. Je peux déterminer un ordre de grandeur de la largeur de ma table si je sais que la largeur d'une feuille de papier mesure 21 cm, ou bien sachant qu'un stylo mesure environ 15 cm, je peux estimer la longueur de la trousse le contenant. Savoir qu'un paquet de six bouteilles d'eau pèse 9 kg, permet à un élève de rejeter sans hésitation l'affirmation « ma trousse pèse 10 kg ». Il est nécessaire de faire vivre le répertoire de mesures de référence construit par les élèves en les utilisant régulièrement, tout au long du cycle et même au-delà.

Peu à peu les élèves élargissent leurs connaissances à des unités moins préhensibles : kilomètres, tonnes, kilomètres carrés, etc., tout en continuant à acquérir des repères utiles (distance entre deux villes, masse d'une voiture, etc.). La compétence à estimer une mesure est systématiquement mobilisée en résolution de problèmes pour contrôler la vraisemblance du résultat trouvé.

Comparer et ordonner des grandeurs

La comparaison des grandeurs peut s'effectuer dans un premier temps à partir de manipulations d'objets, par comparaison directe, par exemple : utiliser des figures découpées pour comparer des aires, comparer des angles fournis sous forme de gabarits, etc.

On peut alors ordonner des objets de différentes façons selon la grandeur à laquelle on fait référence, en effet, comme nous le verrons ci-dessous, des figures géométriques peuvent être ordonnées d'une certaine façon selon leur aire et d'une autre façon si la grandeur de référence est leur périmètre.

Ajouter des grandeurs

La masse de deux objets distincts réunis est égale à la somme des masses de chacun de ces objets ; la masse de trois objets identiques et distincts est égale à trois fois la masse d'un de ces objets. Toutes les grandeurs géométriques rencontrées au cycle 3 vérifient ces propriétés[1] , on peut ajouter de la même façon les longueurs de deux segments mis bout à bout, les aires de deux surfaces qui ne se recouvrent pas ou encore deux angles adjacents[2].
Ces opérations associées à des manipulations ou à des tracés permettent de renforcer le sens des grandeurs étudiées et préparent aussi les activités de mesurage par report d'une unité.
Par exemple, on peut chercher à représenter une figure ayant trois fois l'aire d'un rectangle donné, ce problème, facilement résolu par le recollement de trois rectangles identiques à celui de départ, oblige à raisonner sur la surface couverte sans se préoccuper du périmètre qui ne sera lui pas multiplié par trois. Il contribue ainsi à construire des représentations correctes de ces deux notions, mais sera aussi une référence utile au moment des premiers pavages.
Un autre exemple est constitué par la duplication d'un angle, qui peut s'effectuer à l'aide d'un gabarit ou d'un calque : la pose du gabarit ou du calque oblige à réfléchir au positionnement du sommet, et met en évidence que ce n'est pas la « longueur des côtés » qui est à considérer, mais l'ouverture qu'ils déterminent. Ces activités proposées avant que des unités de mesure ne soient définies contribuent à donner du sens à la grandeur étudiée, mais elles peuvent aussi être proposées après l'introduction des unités, pour encourager la variété des approches. Par exemple, un segment étant donné, construire un segment de longueur triple peut se faire par report à l'aide d'un calque, à l'aide du compas, ou encore par l'utilisation de la règle graduée. La confrontation des méthodes utilisées par les élèves est une nouvelle occasion de conforter la notion de longueur.

Découvrir des unités et mesurer des grandeurs

Les unités que l'on étudie à l'école appartiennent au système international ; elles sont le résultat d'un choix arbitraire. L'existence d'autres systèmes dont certaines unités perdurent montre à tout un chacun que d'autres choix sont possibles : ainsi rencontre-t-on encore des pouces pour les tailles d'écrans ou des milles marins pour les distances en mer. A l'école primaire, c'est la très bonne compréhension des principes d'élaboration des mesures dans le système international d'unités qui est visée.

Au cycle 2, les mesures sont généralement déterminées à l'aide d'instruments et donc de « mesurages » (une règle pour des longueurs, une balance Roberval pour les masses, un verre gradué cylindrique et de l'eau pour les contenances, un chronomètre pour des durées permettent de mettre en évidence le principe de détermination de la mesure par report de l'unité), mais elles peuvent aussi être le résultat d'un calcul (durée entre deux horaires donnés, périmètre d'un polygone). Au cycle 3, les mesures peuvent encore être déterminées par un « mesurage », par exemple à l'aide du rapporteur pour les angles, mais plus souvent qu'au cycle 2 ce sont des calculs, s'appuyant sur des mesures et parfois aussi des formules, qui permettent de déterminer les mesures de grandeurs cherchées (longueur d'un cercle ; aire d'un triangle, d'un rectangle ou d'un disque ; volume d'un pavé droit). Certaines mesures de longueurs ou d'aires peuvent également être établies par comptage, en s'appuyant sur des quadrillages ; ces dénombrements permettent de renforcer la compréhension de ces grandeurs et la notion de mesure. De façon plus générale, une fréquentation régulière des différentes unités est nécessaire pour qu'elles aient du sens pour les élèves.

1. Ce n'est pas le cas pour d'autres grandeurs, par exemple pour la température : si l'on met ensemble 1 L d'eau à 20°C et 1 L d'eau à 30°C, on n'obtient pas 2 L d'eau à 50°C.
2. C'est-à-dire deux angles ayant le même sommet, un côté en commun, et situés de part et d'autre de ce côté.

Notons que l'enseignant doit faire preuve d'une vigilance particulière au moment où les élèves découvrent et s'approprient de nouvelles unités. Un exemple classique d'erreur didactique concerne les mesures de longueur et les mesures d'aire : si on souhaite que les élèves donnent du sens au cm ou au cm^2, il ne faut pas utiliser d'entrée un agrandissement au tableau : en effet, 5 cm ou 1 cm^2, ne peuvent avoir une taille différente sur la feuille des élèves et au tableau. Si pour des raisons de visibilité, un agrandissement est utilisé, cela ne peut être qu'après plusieurs manipulations ayant permis d'installer la connaissance de l'unité chez tous les élèves et de plus cela doit être explicitement dit aux élèves : « Regardez ! J'ai moi aussi tracé un segment de 5 cm au tableau, c'est comme sur votre feuille, mais c'est trop petit pour que vous puissiez voir, je vais donc tracer un segment dix fois plus long, qui va donc mesurer 50 cm, pour que vous le voyiez bien. ».

En dehors des unités de durée et d'angle, les systèmes d'unités sont décimaux, le travail sur l'écriture des nombres et celui sur les mesures vont donc se nourrir mutuellement ; au cycle 3, la compréhension de l'écriture à virgule des nombres décimaux peut ainsi être travaillée et renforcée dans le cadre des mesures :

- les activités de mesurage permettent de comprendre qu'en prenant une unité de mesure dix fois plus grande, on trouve un nombre d'unités dix fois plus petit : 100 cm c'est 10 × 1 dm ou encore 1 × 1m ; de la même façon, 143 mL = 14,3 cL, car 1 cL = 10 mL. Ces exercices contribuent à renforcer la compréhension de notre système décimal de position.
- dire qu'un objet mesure 12 mm ou 1,2 cm selon l'unité choisie permet aussi de renforcer la lecture correcte de 1,2, de le voir comme un nombre plutôt que comme deux nombres entiers séparés par une virgule.

L'étude du système sexagésimal (base 60) que nous utilisons pour les heures peut également contribuer à la compréhension de notre système décimal de position, la comparaison des deux systèmes constituant un problème très intéressant, mais le travail sur ce point doit rester modeste et s'appuyer principalement sur les relations connues des élèves en les invitant à les rendre explicites ; par exemple : ¼ h = 0,25 h = 15 min. On voit ici que les 25 centièmes d'heures ne sont pas 25 minutes. Les sommes ou les différences de durées permettent quant à elles de revenir sur les techniques opératoires dans le système décimal, en particulier pour la gestion des retenues.

Il est tout à fait pertinent de faire figurer les unités dans les calculs. Cela aide les élèves à s'assurer qu'ils effectuent des additions ou des soustractions sur des mesures données dans la même unité et les encourage le cas échéant à gérer mentalement les conversions en présentant leurs calculs en ligne : 25 cL + 330 mL = 250 mL + 330 mL = 580 mL.

De la même façon, cela permet de renforcer le sens des opérations lors de la résolution de problème, en différenciant des opérations mathématiques qui paraitraient identiques sans les unités :

> J'ai un ruban de longueur 35 cm, et j'ai besoin de rubans de 7 cm de longueur, combien vais-je pouvoir en faire ?

Le problème se modélise par une division « groupement » ou « quotition » (recherche du nombre de parts) :

35 cm : 7 cm = 5.

> J'ai un ruban de longueur 35 cm, et je le coupe en 7 morceaux de même longueur, de quelle longueur seront ces morceaux ?

Le problème se modélise cette fois par une division « partage » ou « partition » (recherche de la valeur d'une part) :

$$35 \text{ cm} \div 7 = 5 \text{ cm}.$$

Ces deux écritures sont bien plus parlantes que l'écriture « sans unités » 35 ÷ 7 = 5, où ce dont on parle n'est pas indiqué.

Les écritures avec les unités permettent également de renforcer le sens des unités produits. Par exemple, pour le calcul de l'aire d'un rectangle du type 3 cm × 4 cm, les élèves proposent souvent le résultat 12 cm. On peut justifier l'unité produit par exemple de la façon suivante :

Aire du rectangle = 3 cm × 4 cm = 3 × 1 cm × 4 × 1 cm = 12 × (1 cm × 1 cm) = 12 × 1 cm^2 = 12 cm^2.

Cette décomposition renforce le travail mené en amont sur ce que représente 1 cm^2 : l'aire d'un carré de 1 cm de côté. Une telle décomposition n'est, bien entendu, pas attendue des élèves, mais peut être proposée par l'enseignant, en amont pour renforcer le sens des unités d'aire ou chaque fois que des erreurs d'unité seront constatées chez les élèves.

Estimer des mesures

Au cycle 2, les élèves commencent à établir un répertoire de mesures de certaines grandeurs auxquelles ils peuvent se référer pour estimer de nouvelles mesures. Il est important que les échanges au sein de l'école permettent de continuer de faire vivre au cycle 3 le répertoire établi au cycle 2, tout en l'enrichissant de nouvelles valeurs de référence.

Dès le début du cycle 3, les élèves continuent à travailler sur les estimations de longueurs ou de masses en élargissant leur répertoire de mesures de référence aux unités usuelles les plus grandes (tonnes, kilomètres) associées à des objets ou distances moins accessibles. Les élèves commencent également à acquérir quelques valeurs de référence pour des mesures d'aires ou de volumes, là aussi en commençant par de petites unités facilement « visibles » et « accessibles » : cm^2, m^2, L, qu'ils enrichiront tout au long du cycle par des valeurs de référence pour de plus grandes unités : m^3, ares, hectares, km^2, etc.

En dernière année de cycle, les élèves peuvent estimer des mesures d'angles, à dix degrés près, en s'appuyant notamment sur la mesure de l'angle droit, de l'angle de 45° et de l'angle plat.

Ce travail sur les estimations doit permettre aux élèves, lors de la résolution de problèmes, d'avoir une idée a priori d'un ordre de grandeur du résultat attendu et de pouvoir avoir un regard critique devant un résultat incohérent.

Effectuer des changements d'unités

Au cycle 2, les élèves effectuent des changements d'unités entre les quelques unités introduites au cours du cycle pour chacune des grandeurs étudiées. Ces conversions peuvent être motivées par la résolution d'un problème, mais aussi faire l'objet d'exercices décrochés : pour permettre aux élèves de donner sens à ce travail technique on veillera à toujours rester dans des situations proches des besoins de la vie courante. Par exemple, on peut avoir besoin de convertir 3 km en m, mais plus rarement 350 km en m, et encore moins 25 km en mm !

Au cours moyen, les élèves rencontrent l'ensemble des unités de longueurs du millimètre au kilomètre, de masse du milligramme à la tonne et de contenance du millilitre à l'hectolitre. Il est important que les élèves s'approprient le sens des préfixes. Les conversions s'appuient sur les relations connues, en utilisant éventuellement des unités intermédiaires.

Exemple
Un camion laitier contient 135 hL de lait. Combien de verres de 20 cL peut-on obtenir avec le lait contenu dans ce camion ?

1 hL = 100 L, donc 135 hL = 13 500 L

1 L = 100 cL, donc 13 500 L = 1 350 000 cL

1 350 000 cL ÷ 20 cL = 67 500

On peut obtenir 67 500 verres de lait.

Ou bien : 135 hL ÷ 20 cL = 13 500 L ÷ 20 cL = 135 000 dL ÷ 2 dL = 67 500

Les tableaux des unités (ou tableaux de conversions) sont des outils efficaces pour institutionnaliser la suite des préfixes dès le cours moyen, mais les conversions s'appuyant sur les relations connues ou le sens des préfixes restent néanmoins requises, et non l'utilisation mécanique de tableaux de conversion. En sixième, l'utilisation du tableau de conversion pour effectuer des changements d'unités est rencontrée, mais elle n'est en aucun cas systématique et n'est pas la méthode privilégiée.

Les conversions sont aussi travaillées tout au long du cycle dans le cadre du calcul mental, ou du calcul en ligne :

$$2 \text{ m} + 125 \text{ cm} = 2 \text{ m} + 1{,}25 \text{ m} = 3{,}25 \text{ m}$$

Les unités d'aires sont progressivement introduites tout au long du cours moyen. Les liens entre deux unités comme les cm2 et les dm2 sont explicités et justifiés tant géométriquement que par des calculs :

$1 \text{ dm}^2 = 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm}$

$= 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$

$= 10 \times 1 \text{ cm} \times 10 \times 1 \text{ cm}$

$= 100 \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$

$= 100 \times 1 \text{ cm}^2$

$= 100 \text{ cm}^2$

L'étude d'aire de terrains est l'occasion d'introduire les ares et les hectares ainsi que leurs relations : 1 a = 100 m^2 = 10 m × 10 m, 1 ha = 100 a = 10 000 m^2 = 100 m × 100 m = 1 hm^2.

Les changements d'unités d'aire au cycle 3 sont justifiés, à chaque fois si possible, par des considérations géométriques et des liens entre les unités de longueurs.

Les quelques unités de contenance rencontrées au cycle 2 (cL, dL et L) ont permis quelques changements d'unités, ce travail se poursuit au cours moyen avec quelques unités supplémentaires (mL, daL et hL). En sixième, le travail mené en lien avec le volume du pavé droit conduit à la rencontre de nouvelles unités (cm^3, dm^3 et m^3) et à leurs relations. Le travail mené conduit également à établir puis connaître et utiliser les relations 1 dm^3 = 1 L et 1 m^3 = 1000 L.

Au cycle 4, l'utilisation des puissances de 10 permettra d'exprimer une mesure dans l'unité de base du système international d'unités (SI) (m, kg ou s) ou des unités dérivées (m^2, m^3, m/s, kg/m^3, etc.).

Les premières formules

Au cycle 3, les élèves rencontrent leurs premières formules pour calculer les mesures de diverses grandeurs :

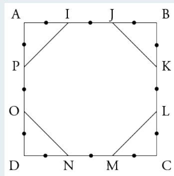
- des longueurs : périmètre du carré, périmètre du rectangle, longueur du cercle ;
- des aires : aire du rectangle, du carré, du triangle, du disque ;
- des volumes : volume du cube, du pavé droit.

Le travail mené avec ces formules permet, en représentant une mesure par un mot, comme dans Longueur × largeur, puis par une lettre, L × l, de préparer les élèves au travail qui sera mené au cycle 4 sur le calcul littéral. Il faut néanmoins veiller à ce que ce travail sur les formules ne limite pas la compréhension des élèves en les laissant associer la mesure d'une grandeur à une formule sans considération pour la grandeur en question. Il est nécessaire pour cela que les formules d'aires du carré et du rectangle soient construites avec les élèves. De même, la longueur d'un cercle ne doit pas être 2πr seulement, mais bien la longueur du trait tracé au compas quand celui-ci fait un tour complet. Un retour systématique à ce qu'est concrètement ce dont on cherche la mesure est nécessaire, au moins lorsque l'on commence à travailler avec des formules. Les élèves de cycle 3 rencontrent souvent plus de difficultés à déterminer le périmètre d'un rectangle que celui d'un quadrilatère quelconque car il ne s'appuie plus sur les longueurs de côtés mais uniquement sur une formule qu'ils peuvent oublier ou confondre avec une autre.

Exemple

ABCD est un carré de côté 9 cm.
Les segments de même longueur sont codés.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Calculer l'aire de l'octogone IJKLMNOP.



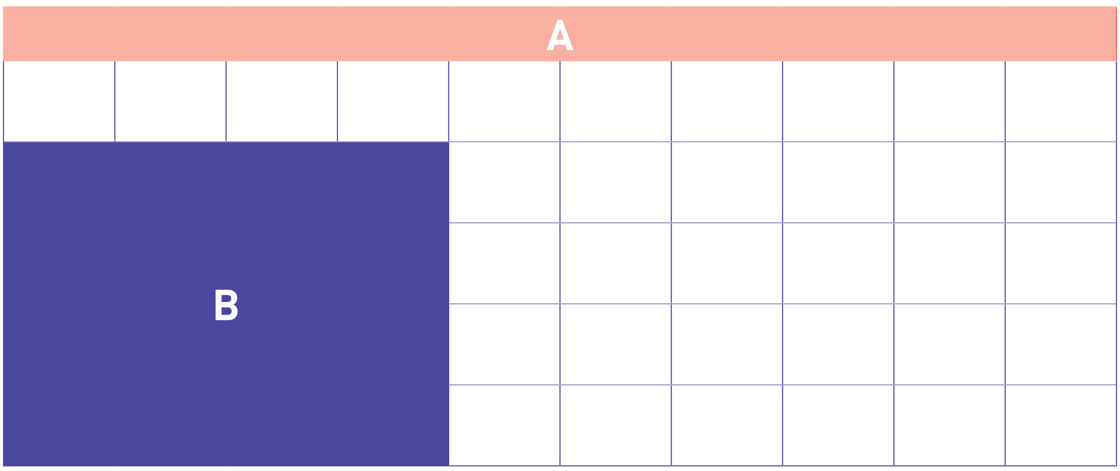
Le taux de réussite à cet exercice n'a été que de 15% au DNB. De nombreux élèves infèrent l'aire de ce polygone à partir de celle d'une formule connue, celle du rectangle, en multipliant les mesures des côtés : on passe de L × l à C1 × C2 × C3...

Le même problème posé en classe de CM2 a une réussite plus importante, les élèves prenant appui sur d'autres procédures : découpage et recomposition par exemple.

Quelques points de vigilance

Les périmètres et les aires

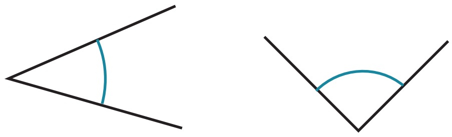
Le périmètre et l'aire varient toujours dans le même sens quand on agrandit ou réduit une figure. Par exemple un carré qui a un périmètre plus grand qu'un autre carré a également une aire plus grande. Ceci n'est plus nécessairement le cas lorsque les figures n'ont plus la même forme, qu'elles ne sont pas un agrandissement l'une de l'autre : il se peut par exemple qu'une figure B ait une aire plus grande que l'aire de la figure A mais un périmètre plus petit que celui de la figure A, comme sur la figure ci-dessous. Le fait que l'aire et le périmètre varient en sens contraire va généralement à l'encontre de l'intuition, pour les élèves mais aussi parfois pour les adultes.



Il est donc nécessaire, après les avoir introduites, de confronter les notions de périmètre et d'aire, afin de permettre aux élèves de bien les différencier, de voir à quoi elles correspondent pour une même figure et de comprendre à travers les exemples rencontrés qu'elles ne sont pas liées, mais au contraire que des figures peuvent avoir même périmètre sans que l'on puisse en déduire de liens concernant leurs aires.

Les angles

L'angle droit a été introduit au cycle 2. Au cycle 3, la notion d'angle peut être abordée comme « l'ouverture » définie par deux demi-droites de même origine. Les élèves doivent comprendre que l'angle ne change pas lorsque l'on prolonge ces demi-droites alors que visuellement la portion de plan définie est différente.



La fréquentation régulière de questions invitant les élèves à comparer des angles, notamment dans des cas où les côtés tracés sont plus courts mais l'angle plus grand, doit permettre de renforcer la compréhension de ce qu'est un angle, notamment en s'appuyant sur l'utilisation de gabarits pour vérifier les affirmations quant à l'angle le plus grand.

Six compétences : chercher, raisonner, modéliser, représenter, calculer, communiquer

Ces six compétences aident à la conception des séances d'apprentissage mais permettent aussi de décrypter les productions des élèves lors de la résolution de problèmes relatifs aux grandeurs et mesures : l'élève a-t-il raisonné ? modélisé ? Ce n'est pas parce qu'un élève n'a pas « tout bon », qu'il a « tout faux » ; les six compétences constituent donc une bonne grille de lecture permettant de repérer les points d'appui et les difficultés rencontrées et ainsi d'opérer les remédiations nécessaires.

Le travail sur les grandeurs et mesures est particulièrement propice au développement des six compétences travaillées en mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.

- **Chercher :** tester, essayer plusieurs pistes de résolution dans la résolution des problèmes relevant des grandeurs et mesures. Chercher, par exemple, un découpage permettant de comparer les aires de deux figures de formes différentes.
- **Modéliser :** c'est traduire la réalité en modèle mathématiques pour revenir ensuite à la réalité. Au quotidien, on modélise fréquemment pour des problèmes de la vie courante. Lorsque l'on veut poser du lambris dans une montée d'escalier, on est amené à modéliser cette situation : la surface à lambrisser s'apparente à un triangle rectangle dont on doit calculer l'aire.
- **Représenter :** on peut, par exemple, représenter la situation précédente sur une feuille en indiquant des côtes.
- **Raisonner :** chacune des étapes de résolution d'un problème impliquant des grandeurs (compréhension de l'énoncé et de la consigne, recherche, production et rédaction d'une solution) fait appel au raisonnement. L'exemple ci-dessus nécessite de raisonner pour construire la modélisation appropriée, chercher la solution « théorique », la majorer pour compenser les coupes, etc.
- **Calculer :** dans un problème impliquant des grandeurs, les mesures fournissent des nombres qui peuvent être entiers, décimaux, voire non décimaux, avec lesquels les élèves doivent mettre en œuvre des calculs sous différentes modalités : calcul mental, en ligne,

posé ou instrumenté. L'exercice ci-dessus nécessite un calcul pour déterminer l'aire du triangle rectangle, et sans doute d'autres calculs pour déterminer le nombre de paquets de lambris à acheter, calculs qui différeront sans doute en fonction des fournisseurs…

- **Communiquer :** dans le cadre d'une activité mathématique, communiquer est un objectif de formation essentiel, tant à l'oral pour exprimer le travail réalisé et le raisonnement suivi, qu'à l'écrit pour produire des réponses compréhensibles par un lecteur extérieur. Dans notre exercice, il faudra être en mesure de communiquer avec le vendeur sur les besoins en surface de lambris et la façon dont cette surface a été déterminée.

Exemples de situations d'apprentissage

(à venir)

Ressources complémentaires

- Grandeurs et mesures au cycle 2
- SCEREN (2010), Le nombre au cycle 2, partie 4, Grandeurs et mesures, p. 85 à 96
- SCEREN (2010), Le nombre au cycle 3, partie 2, Le système métrique au service de la numération des entiers et des grandeurs, p. 13 à 30
- Grandeurs et mesures à l'école élémentaire, document d'accompagnement des programmes 2002.