Niveaux

Classes de 4ème et de 3ème

Modalites de gestion possibles

Travail en binôme

Une organisation possible :

- Séance A, en classe, 40min :
  - découverte du document en autonomie (5 min) ;
  - mise en place d'un débat (15 min) pour dégager les premières questions : langue, époque du document, éléments remarquables, rapprochement avec les nombres (les bâtons en analogie avec les chiffres romains), lecture de droite vers la gauche. Identification de parties plutôt textuelles et de parties numériques ;
  - recherche de « blocs » dans le document (10 min) en autonomie : parmi les parties numériques, repérage de schémas répétés, redécoupage par blocs plus fins pour les élèves ayant avancé ;
  - synthèse dans la classe (10 min) pour les blocs, début de traduction commune pour les nombres évidents, coup de pouce de la traduction de 1/2.
- Séance B, en classe, 35 min :
  - Synthèse de la séance précédente (5 min) ;
  - Poursuite de la traduction en autonomie (10 min) ;
  - Synthèse, débat sur l'avancée des travaux (10 min), repérage du système fractionnaire général, autres symboles, première recherche de sens mathématique (division par 2) pour faciliter la traduction ;
  - Poursuite de la traduction **à rendre au propre en fin de séance**.
- Séance C, en classe, 30 min :
  - Synthèse de la séance précédente, exposé de certaines traductions (10 min) : traduction finale,
  - Débat (10 min) sur la recherche du problème mathématique sous-jacent : réduction au même dénominateur pour un calcul fractionnaire ;
  - Calcul en autonomie dans le langage usuel (10 min) **à rendre à la fin de la séance**.
- Séance D, en classe, 10 min : correction du calcul effectué, comparaison avec le résultat de l'énoncé.

Cette organisation est donnée à titre indicatif et peut nécessiter des ajustements selon le niveau de la classe.

Situation

Distribution du texte ancien hiéroglyphique.

Consignes donnees a l'eleve

« Je vais vous distribuer un problème, vous avez 10 minutes pour le résoudre. »
C'est bien entendu l'effet de surprise qui doit conduire au débat et construire peu à peu les consignes selon l'organisation possible citée plus haut.

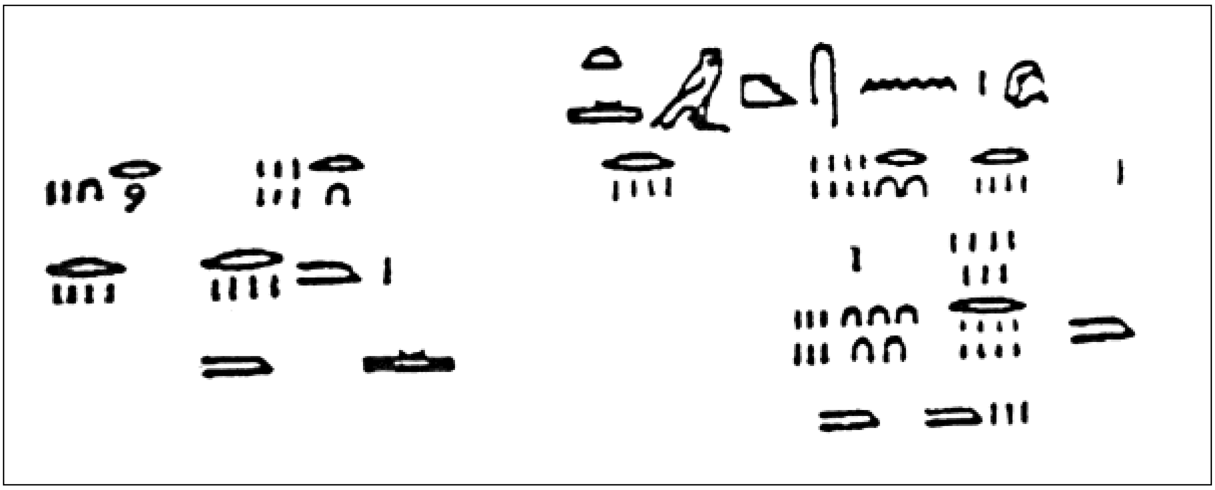


Figure 1 Papyrus de Rhind

Après résolution complète, possibilité d'appliquer cet algorithme de calcul à :

$$1 \times \left(\frac{1}{8}+\frac{1}{24}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{24}\right)+\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{24}\right)$$

Ou encore sa forme factorisée :

$$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{24}\right)$$

✘ DANS LE DOCUMENT D'AIDE AU SUIVI DE L'ACQUISITION DES CONNAISSANCES ET DES CAPACITES

PRATIQUER UNE DEMARCHE SCIENTIFIQUE OU TECHNOLOGIQUE	CAPACITES SUSCEPTIBLES D'ETRE EVALUEES EN SITUATION
Rechercher, extraire et organiser l'information utile.	A partir de l'observation du fonctionnement d'un objet technique simple, l'élève identifie qualitativement des grandeurs caractéristiques, en particulier celles d'entrée et de sortie. L'élève traduit une information codée.
Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.	L'élève mène à bien un calcul numérique, utilise une expression littérale. L'élève fait un schéma, une figure, un dessin en utilisant des règles de représentation qu'il a apprises.
Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.	Le problème étant posé, l'élève met en œuvre un raisonnement, un protocole, une méthode, une relation. L'élève peut expliquer une méthode, un algorithme, un raisonnement qu'il a mis en œuvre.
Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.	L'élève donne un résultat, une solution, une conclusion selon un mode de représentation conforme aux consignes données : texte simple, schéma, figure, dessin, programme.
SAVOIR UTILISER DES CONNAISSANCES ET DES COMPETENCES MATHEMATIQUES	**CAPACITES SUSCEPTIBLES D'ETRE EVALUEES EN SITUATION**
Nombres et calcul	Traduire les données d'un exercice à l'aide de nombres relatifs Mobiliser des écritures différentes d'un même nombre Mener à bien un calcul instrumenté

✘ DANS LES PROGRAMMES DES NIVEAUX VISES

Si les opérations utilisées dans ce hiéroglyphe sont vues dès la cinquième, on préfèrera plutôt la classe de quatrième pour avoir un peu plus de recul sur les calculs.

NIVEAUX	CONNAISSANCES	CAPACITES
Classe de $4^{\text{ème}}$	Calcul numérique	Multiplier, additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire. Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calculs.
Classe de $3^{\text{ème}}$	Opérations sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire	Reprise du programme du cycle central

✘ AIDES OU COUPS DE POUCE

Aide à la démarche de résolution

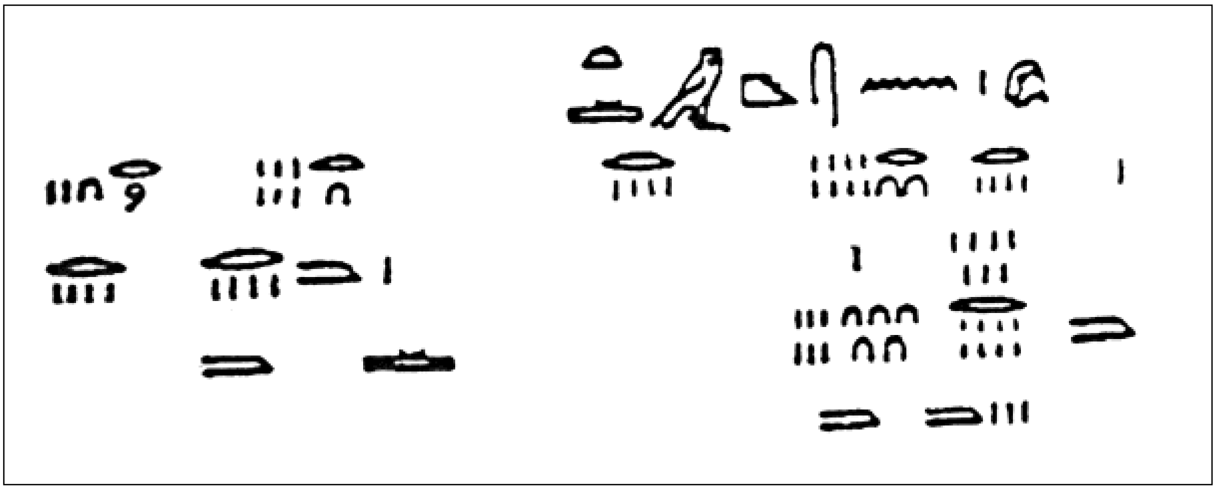
Les chiffres entiers ne posent pas de difficulté particulière de traduction.

Une fois le découpage effectué par les élèves et le sens de lecture deviné, l'écriture des quantièmes pourra être mise en valeur avec la traduction de 1/2 donnée par l'enseignant.

Les élèves peuvent alors en déduire 1/4 en repérant la suite logique des cartouches.

Le reste de la traduction devient alors mécanique aboutissant aux difficultés des dizaines et centaines qui seront trouvées en orientant les élèves vers la recherche de sens mathématique.

Vous avez 10 minutes pour résoudre ce problème.
Vous pouvez vous mettre en équipes de deux.



Cette activité a été proposée à des élèves de quatrième.

<u>Séance 1</u> :
Après l'effet de surprise, le débat s'est vite orienté sur la nature mathématique du texte avec les « bâtons » qui rappellent les chiffres romains.
Ce débat a permis également de dégager les éléments non mathématiques du texte, sur la lecture de droite à gauche ouvrant sur la phase de découpage en cartouches.

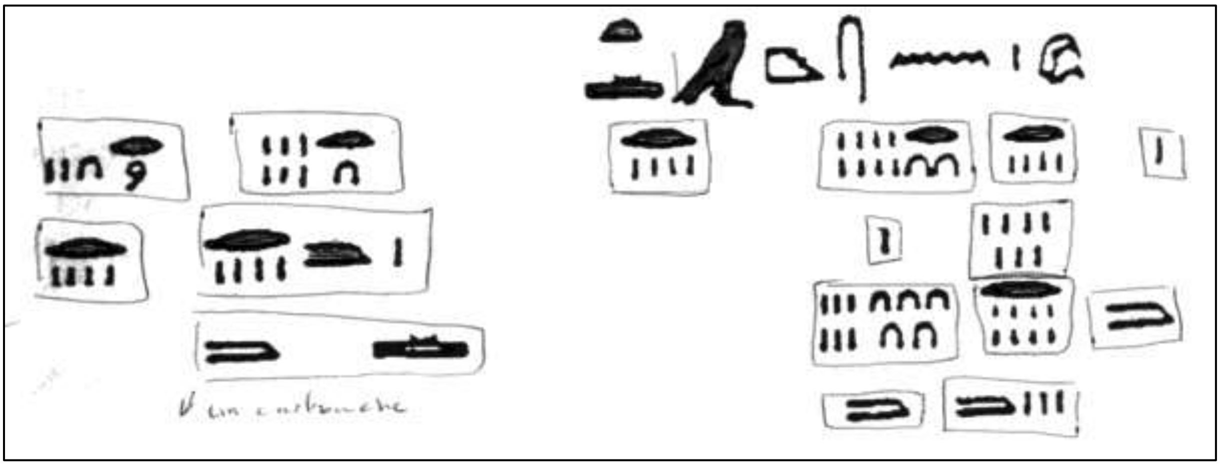


Figure 2 Premier découpage

Une fois le découpage terminé, la traduction a pu démarrer, le problème des quantièmes est apparu, avec la présence très fréquente du « nuage ». Des élèves émettent l'idée de fraction sans toutefois proposer une véritable traduction, ne tenant pas compte des blocs. La traduction de « Mon total est $\frac{1}{2}$ » est alors donnée aux élèves et la séance se termine là.

<u>Séance 2</u> :
Après une synthèse de la séance précédente, un débat permet de traduire $\frac{1}{4}$. Les élèves sont alors laissés en autonomie pour le reste de la traduction.

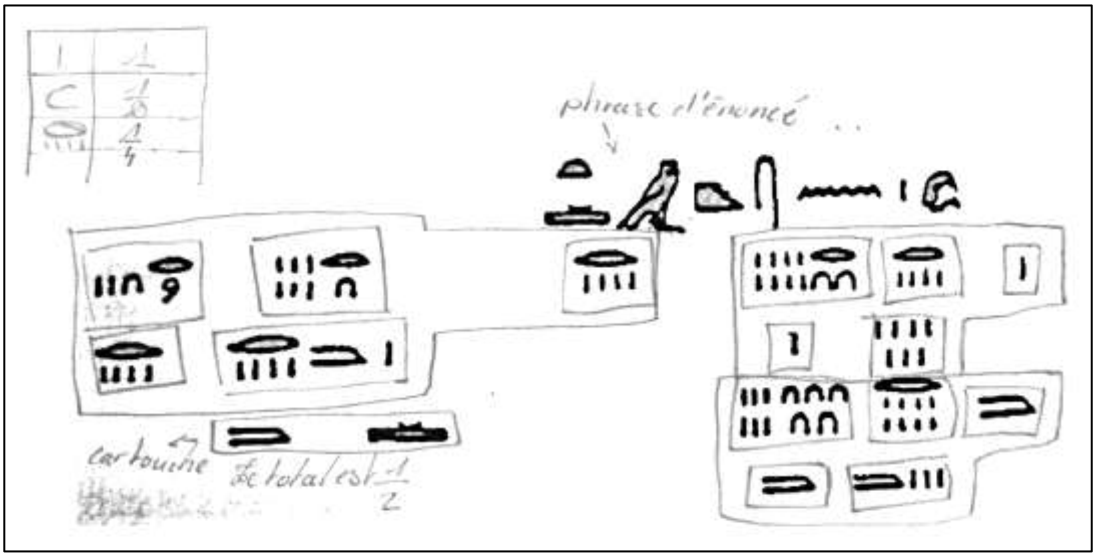


Figure 3 Cartouches

La traduction des dizaines a posé des difficultés et a nécessité d'entrer plus en avant dans le sens des calculs effectués par le scribe en s'appuyant sur plusieurs choses :

- Le passage d'un cartouche à l'autre par division par 2 ;
- L'écriture des nombres décimaux comme somme d'entiers et de quantièmes (3,5 par exemple) renvoyant à l'écriture « en ligne » des fractions sur les calculatrices, lorsque le numérateur est supérieur au dénominateur.

A la fin de la séance, quelques élèves émettent l'idée de la traduction de 10, pas si naturelle que cela car de nombreux élèves partaient sur 5.

<u>Séance 3</u> :
Des élèves présentent leur traduction de 10 et la classe est alors amenée à traduire l'ensemble. Au cours de la présentation, un élève remarque qu'il doit manquer un nuage au deuxième cartouche. Après une synthèse collective, les élèves doivent trouver un raisonnement connu utilisé dans chaque cartouche, en commençant par le premier.
La réduction au même dénominateur est difficilement trouvée, ce fut l'occasion de vérifier les compétences des élèves sur le calcul de $\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$.
Les élèves sont alors amenés à calculer les autres sommes et rendre le travail pour la séance finale.

<u>Séance 4</u> :
Peu de travaux sont rendus, les autres sont rendus avec des calculs effectués à la calculatrice, sans justification.
Le travail est alors recadré sur le calcul final du scribe, de l'opération qui conduit à son résultat de $\frac{1}{2}$.
Les élèves aboutissent à 14 en oubliant le dénominateur 28, qui est sous-entendu. $\frac{14}{28}$ est alors présenté aux élèves qui en déduisent le résultat.
Une synthèse est effectuée pour présenter le calcul global du scribe ainsi qu'une variante moderne par factorisation.
En travail à la maison, les élèves doivent rendre sur feuille le calcul de $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{24}\right)$ selon la méthode du scribe et selon une méthode moderne au choix, avec des calculs justifiés.
Si la méthode du scribe est bien rendue, une seule équipe rendra la méthode justifiée, avec un oubli final de priorités opératoires et une grosse maladresse de multiplication entre fractions (réduction au même dénominateur alourdissant les calculs), rendant un résultat différent de la méthode du scribe.

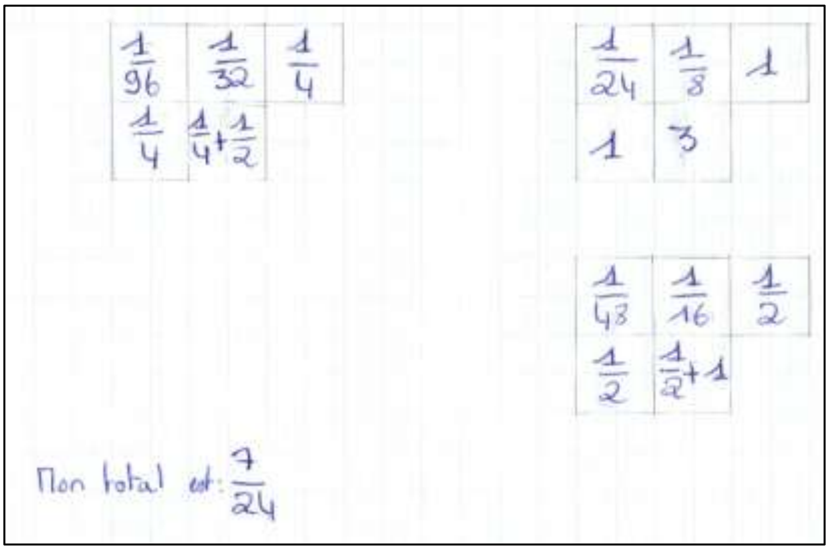


Figure 4 Application à un autre calcul

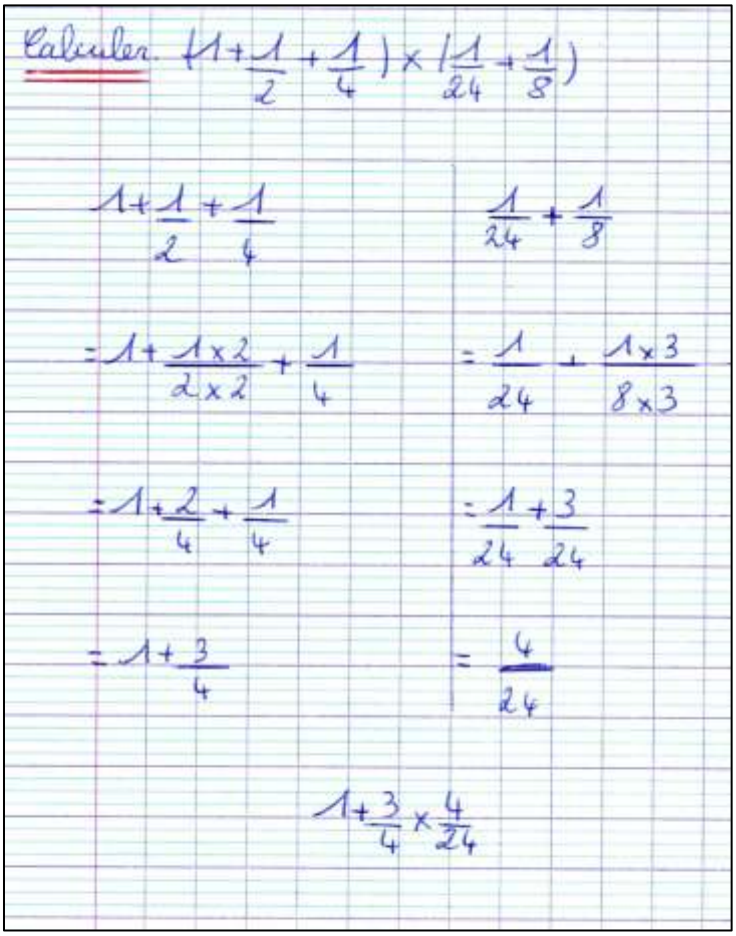


Figure 5 Version factorisée, le drame des parenthèses, le drame de la réduction

Cette annexe ne se prétend pas être un cours complet d'égyptologie et les procédés de calcul de l'époque. Il s'agit juste de donner quelques pistes d'étude du papyrus de Rhind. De nombreux ouvrages en bibliothèque ou articles sur internet relatent de l'utilisation de ces textes au sein des classes. Pour une approche de ce genre de textes avec de nombreux exemples pris dans les diverses époques et civilisations, je ne peux que conseiller l'ouvrage *Histoire d'algorithmes, du caillou à la puce*, d'un collectif d'auteurs, aux éditions Belin.

Nombres et calculs chez Rhind

L'enseignant souhaitant se plonger dans cette étude doit avoir à l'esprit les quelques idées suivantes :

- Les égyptiens de l'époque des pharaons étaient adeptes de la duplication (multiplication par 2) et dimidiation (division par 2). Pour diviser par 4, ils divisaient donc 2 fois de suite par 2.
- Leurs nombres étaient constitués d'entiers et de fractions sous la forme de somme de quantièmes (fractions au numérateur égal à 1). Seule $\frac{2}{3}$ faisait exception dans leur inventaire.

Traduction du papyrus de Rhind

L'enseignant s'appropriera de cette correction au regard du document original (lecture de droite à gauche).

					Un texte d'énoncé ou de phrase d'introduction des calculs : voir un égyptologue pour la traduction
$\frac{1}{112}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{4}$	1
$\frac{1}{4}$	$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$		1	7	
			$\frac{1}{56}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
		Mon total est $\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{2}$	$3+\frac{1}{2}$	

Le scribe effectue le calcul suivant :

$$1\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{28}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{28}\right)+\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{28}\right)$$

Le dénominateur 28 est implicitement donné par le premier cartouche de calcul (celui commençant par 1). La deuxième ligne de chaque cartouche contient les nombres par lesquels multiplier pour réduire au même dénominateur 28.
La seule réduction au même dénominateur que le scribe effectue se situe dans le premier cartouche de calcul, tous les autres étant obtenus par dimidiation.
Enfin la somme de ces coefficients fait 14. 14 étant à 28 ce que 1 est à 2 le scribe conclut sur $\frac{1}{2}$.
Pour un résultat moins non simplifiable, le scribe aurait écrit une somme de quantièmes (ce que permet une calculatrice avec le mode fractions en ligne).