

LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Fiche professeur

✗ NIVEAUX

Classes de 5^{ème} à la 3^{ème}.

✗ MODALITES DE GESTION POSSIBLES

Groupe de 2 ou 3 élèves.

Mode « fil rouge » : alternance de recherche en classe, à la maison, exposés intermédiaires (en fonction de richesse des solutions proposées), exposés finaux.

Une organisation possible :

- Séance A, en classe, 1h : découverte du problème, appropriation individuelle/mesures, débat collectif : différenciation volume, aire.
- Séance B, à la maison, 2 semaines : rédaction d'une solution, remise à l'enseignant.
- Séance C, en classe, 25 min : exposé des travaux réalisés d'une des équipes (en fonction des dossiers rendus, choix de la plus intéressante pédagogiquement, pas forcément la meilleure solution) suivi d'un débat sur les arguments présentés. L'exposé ne présente pas forcément la solution aboutie mais doit servir de base pour rebondir, améliorer les modèles, etc.
- Alternance séance B et C, autant que nécessaire sous réserve d'efficacité. La lecture des dossiers papiers permet à l'enseignant de cibler des objectifs pour la prochaine séance.
- Séance D, 1h : présentation finale par deux équipes avec débats.
- Séance E, intégrable avant/après D : facultative, production de l'exposé final sur support numérique, un peu de temps en mode classe mais sans doute énormément aussi hors cours pour les finitions.

✗ SITUATION

Afin de contribuer à la réduction des emballages*, une biscuiterie vous embauche pour proposer une solution qui diminue la quantité de carton nécessaire à ses boîtes de madeleines. Le masse de madeleine, ainsi que leur nombre ne doivent pas (ou très peu) changer.

* : Décret no 98-638 du 20 juillet 1998 relatif à la prise en compte des exigences liées à l'environnement dans la conception et la fabrication des emballages

✗ SUPPORTS ET RESSOURCES DE TRAVAIL

Des boîtes de madeleines, autant que possible pour le travail des mesures.

Quelques madeleines à disposition.

L'article 3 du décret.

✗ CONSIGNES DONNEES A L'ELEVE

En groupe de deux ou trois, vous rédigerez un exposé présentant la solution que vous proposez à l'entreprise. Cet exposé pourra contenir du texte, images, calculs, tout ce qui pourra être utile pour que l'entreprise comprenne votre solution.

✗ DANS LE DOCUMENT D'AIDE AU SUIVI DE L'ACQUISITION DES CONNAISSANCES ET DES CAPACITES

PRATIQUER UNE DEMARCHE SCIENTIFIQUE OU TECHNOLOGIQUE	CAPACITES SUSCEPTIBLES D'ETRE EVALUEES EN SITUATION
<i>Rechercher, extraire et organiser l'information utile.</i>	A partir de l'observation du fonctionnement d'un objet technique simple, l'élève identifie qualitativement des grandeurs caractéristiques, en particulier celles d'entrée et de sortie.
<i>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</i>	L'élève mène à bien un calcul numérique, utilise une expression littérale. L'élève fait un schéma, une figure, un dessin en utilisant des règles de

LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Fiche professeur

	représentation qu'il a apprises. L'élève construit un graphique en choisissant lui-même un paramètre de représentation (échelle, axes,...).
<i>Raisonnement, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.</i>	Le problème étant posé, l'élève met en œuvre un raisonnement, un protocole, une méthode, une relation. L'élève participe à la conception d'une méthode, d'un protocole, d'un programme de calcul ou de construction simples. L'élève peut expliquer une méthode, un algorithme, un raisonnement qu'il a mis en œuvre.
<i>Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.</i>	L'élève donne un résultat, une solution, une conclusion selon un mode de représentation conforme aux consignes données : texte simple, schéma, figure, dessin, programme. L'élève utilise un tableur, un logiciel de géométrie ou de représentation graphique, un modèleur volumique pour présenter des données, une démarche, un résultat.
SAVOIR UTILISER DES CONNAISSANCES ET DES COMPETENCES MATHÉMATIQUES	CAPACITÉS SUSCEPTIBLES D'ÊTRE ÉVALUÉES EN SITUATION
<i>Géométrie</i>	Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace, un patron.
<i>Grandeurs et mesures</i>	Changements d'unités portant sur les longueurs, les masses, les aires, le lien entre volume et contenance. Les changements d'unités portent sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients familières aux élèves.

✗ DANS LES PROGRAMMES DES NIVEAUX VISES

De nombreuses solutions sont possibles en fonction du niveau. On peut en cerner quelques éléments principaux, chaque niveau ajoutant des explorations au niveau antérieur :

- 5^{ème} : modification des dimensions de la boîte après une démarche expérimentale ;
- 4^{ème} : modélisation d'une madeleine, conception d'une nouvelle boîte ;
- 3^{ème} : masse volumique, modélisation améliorée d'une madeleine.

NIVEAUX	CONNAISSANCES	CAPACITÉS
Classe de 5 ^{ème}	Volumes Grandeurs et mesures	Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle. Connaître et utiliser les unités de volume et les relier aux unités de contenance. Calculer l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont données. Calculer le volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution (pour modélisations des madeleines par cylindre).
Classe de 4 ^{ème}	Volumes	Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données. Calculer le volume d'une pyramide (pour des empilements)

LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Fiche professeur

	Grandeurs et mesures Géométrie plane	différents) Toute capacité permettant de mettre en œuvre une solution pour le calcul de dimensions de boîtes innovantes.
Classe de 3 ^{ème}	Sphère, centre, rayon Grandeurs et mesures	Représenter la sphère et certains de ses grands cercles. Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan (pour modélisation madeleine). Calculer le volume d'une boule de rayon donné. Effectuer des changements d'unités sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients (masse volumique).

Une partie Nombres et calcul peut également être abordée en étudiant la proportion du volume de madeleines par rapport au volume total, sous forme de pourcentage par exemple, envisageable dès la cinquième.

✗ AIDES OU COUPS DE POUCE

Vérification d'une bonne compréhension de la situation et de la consigne

Le passage à la notion de surface est indispensable. Comme la différenciation aire/périmètre, des contre-exemples peuvent être présentés.

La partie contrainte sur nombre de madeleines n'est pas une priorité. Elle doit relancer la problématique quand le problème initial est bien maîtrisé, au cours d'un débat par exemple.

Aide à la démarche de résolution

Outre l'aspect géométrique de la boîte, la notion de pavage par les madeleines peut optimiser la solution. Pour ceux qui abordent ce problème sans savoir aller plus loin, la question de la forme de la madeleine pourra être suggérée, voire d'un solide enveloppant (madeleine comprise dans un pavé droit englobant).

Apport de connaissances et de savoir-faire

Construction d'une solution ouverte, à contraintes. Lors du débat final, contraintes supplémentaires esthétiques, hygiène (espace entre madeleines), pratiques (transport des boîtes).

LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Fiche élève

Afin de contribuer à la réduction des emballages*, une biscuiterie vous embauche pour proposer une solution qui diminue la quantité de carton nécessaire à ses boîtes de madeleines. Le masse de madeleine, ainsi que leur nombre ne doivent pas (ou très peu) changer.

* : Décret no 98-638 du 20 juillet 1998 relatif à la prise en compte des exigences liées à l'environnement dans la conception et la fabrication des emballages

En groupe de deux ou trois, vous rédigerez un exposé présentant la solution que vous proposez à l'entreprise. Cet exposé pourra contenir du texte, images, calculs, tout ce qui pourra être utile pour que l'entreprise comprenne votre solution.

Décret no 98-638 du 20 juillet 1998 relatif à la prise en compte des exigences liées à l'environnement dans la conception et la fabrication des emballages (extrait)

Art. 3. - Trois mois après l'entrée en vigueur du présent décret, les emballages mentionnés à l'article 1er devront satisfaire aux exigences essentielles définies ci-dessous :

1. Exigences portant sur la fabrication et la composition de l'emballage

L'emballage doit être conçu et fabriqué de manière à limiter son volume et sa masse au minimum nécessaire pour assurer un niveau suffisant de sécurité, d'hygiène et d'acceptabilité.

L'emballage doit être conçu, fabriqué et commercialisé de manière à permettre sa réutilisation ou sa valorisation, y compris son recyclage, et à réduire au minimum son incidence sur l'environnement lors de l'élimination des déchets d'emballages ou des résidus d'opérations de traitement des déchets d'emballages.

L'emballage doit être conçu et fabriqué en veillant à réduire au minimum la teneur en substances et matières nuisibles et autres substances dangereuses des matériaux d'emballage et de leurs éléments, dans les émissions, les cendres ou le lixiviat qui résultent de l'incinération ou de la mise en décharge des emballages ou des résidus d'opérations de traitement des déchets d'emballages.



LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Analyse de production

Cette activité a été proposée à deux groupes distincts d'élèves de 3^{ème} (classe coupée en 2 pour permettre ce genre de séance). Un des groupes, qu'on nommera B, est composé d'élèves plutôt en difficultés au quotidien en mathématique (comprenant également des élèves fournissant peu de travail). L'autre groupe, qu'on nommera P, comporte des élèves un peu plus familiarisés, voire en réussite, avec les mathématiques.

Le groupe B a réagi de manière assez pragmatique à l'énoncé, en prenant les mesures des boîtes et en testant des longueurs pour faire tenir le tout (donc en rognant principalement la hauteur). Au cours de la deuxième séance, certaines équipes (comprenant les élèves les plus en difficulté) sont passées à l'élaboration d'une boîte, au demeurant parfaitement fonctionnelle. En revanche le passage à l'écrit, dont le rendu d'un travail pour la prochaine séance a été négligé, la différenciation volume / surface n'a pas suscité d'intérêt. Un retour sur ce point pourra être abordé, en dégageant le besoin d'une meilleure solution par exemple.

Le groupe P a réagi de manière plus orale à l'énoncé et engagé le débat par de multiples questions : doit-on terminer en 1h ? Faut-il construire une boîte ? Peut-on écraser les madeleines ?

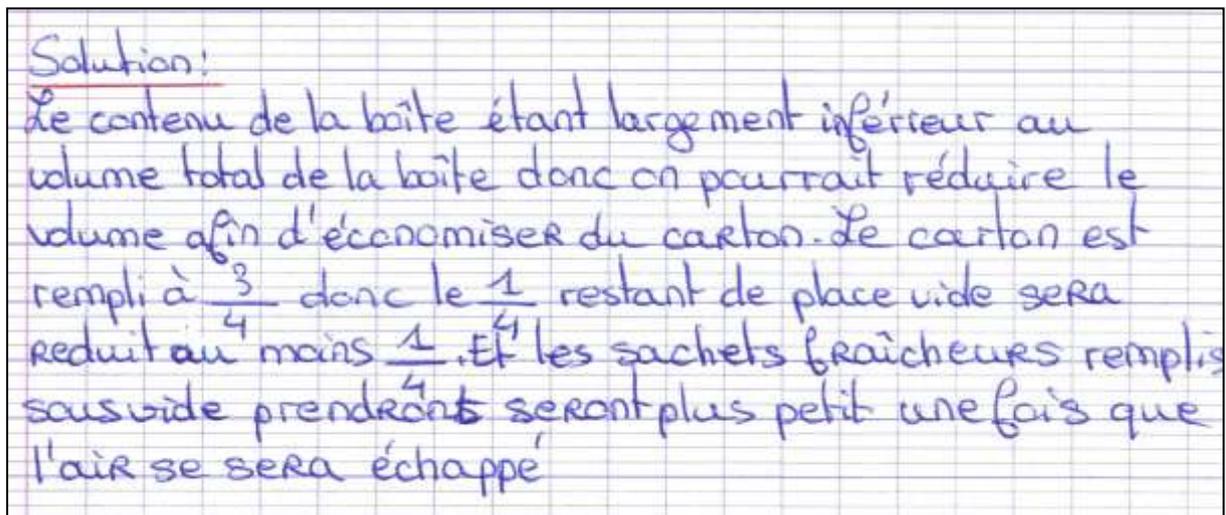
Puis l'idée de calcul du volume et de surface a été avancée.

Ce n'est qu'après cette phase de débat que les élèves se sont décidés à prendre les mesures puis travailler en autonomie. Si la première phase de rendu écrit a été un peu négligée également, la deuxième séance a permis de rectifier le tir et d'avoir des solutions construites.

Néanmoins rarement le calcul de surface a été abordé, peut-être en raison de la prise en main du problème qui réside en une boîte où c'est l'espace vide qui interpelle.

Copies inachevées

Peu de maîtrise de la compétence d'expression, caractéristique du groupe B

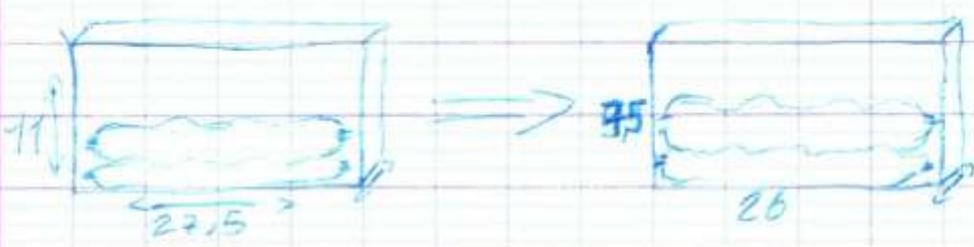


Certaines équipes pensent qu'une rédaction en mathématique n'est constituée que d'un texte, à l'image de ce qu'ils pourraient produire en français.

LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Analyse de production

les madeleine
Pour l'emballage des madeleine il faut retirer
1,5 cm de chaque côté comme sur le plan
suivant :



$A = 27,5 \times \dots =$
 $V = 27,5 \times 11 \times \dots =$

Les équipes ne voient pas l'intérêt d'effectuer des calculs si les madeleines tiennent.
Elles ont rogné la boîte en hauteur et en longueur.

Copies où le calcul du volume des madeleines est effectué afin d'adapter la boîte.

Volume de la boîte actuel
 $18,2 \times 27,50 \times 11,50 = 5839,125 \text{ cm}^3$
C'est la longueur x largeur x hauteur.
Le rayon de la boîte est 125,734 cm
 $18,2 \times 11,5 = 2093$
 $27,5 \times 11,5 = 3162,5$
 $18,2 \times 27,5 = 5005$
 $2093 + 3162,5 + 5005 \times 2 = 15280,5$

Dans 1 paquet il y a 22 madeleine
Dans la boîte il y a 2 paquets
 $22 \times 2 = 44$
 $2 \times 2 \text{ est } 4$
 $44 \times 4 = 176$
 $176 \times 2 = 352$

Annuleuse fait 24 cm
Dans un paquet il y a 22 alors dans un fait
 $22 \times 24 = 528 \text{ cm}^3$
alors c'est $528 \times 2 = 1056 \text{ cm}^3$

Nous pouvons retirer la boîte parce que la boîte
n'est pas de papier.

$5839,125$
 1056

 $5,858,419$

Cela a été supprimé.

Boîte modifier.

Les madeleines ont été modélisées par un pavé droit, le calcul d'aire est effectué mais non utilisé, aucune solution n'est proposée. Une séance supplémentaire sera donc nécessaire.

LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Analyse de production

30 fait 14
Matériau qui : mesure sur les madeleines.

Les mesures de 14 madeleines pour connaître combien leur volume.

$$L = 5,5 + 3,5 + 4 + 6,2 + 3 + 3 + 4 + 5 + 6,5 + 4 + 4$$

$$l = 2,6 + 2,5 + 2,4 + 2,5 + 2,4 + 3 + 3 + 2,5 + 2,5 + 2,5 + 2,5$$

hauteur qu'on se en ces mesures, sans aller faire leur moyenne afin de pouvoir déterminer la forme et le volume de notre boîte.

$$L = \frac{5,5 + 3,5 + 4 + 6,2 + 3 + 3 + 4 + 5 + 6,5 + 4 + 4}{14}$$

$$= 6,06 \text{ cm}$$

$$l = \frac{2,6 + 2,5 + 2,4 + 2,5 + 2,4 + 3 + 3 + 2,5 + 2,5 + 2,5 + 2,5}{14}$$

$$= 2,65 \text{ cm}$$

donc le volume des madeleines vaut :

$$V = 6,06 \times 2,65 \times 3,45$$

$$= 2\ 437,75 \text{ cm}^3$$

Les mesures de la nouvelle boîte pour connaître combien son volume.

$$h = \frac{1}{3} \times 11,5 \quad L = \frac{27,9}{3} \quad l = 18,2 \text{ cm}$$

$$= 3,83 \text{ cm} \quad = 9,3 \text{ cm}$$

$$= 11,5 - 1,41$$

$$= 10,09 \text{ cm}$$

$$V = 10,09 \times 9,3 \times 18,2$$

$$= 2\ 474,197 \text{ cm}^3$$

Donc le volume des madeleines s'adapte bien avec son contenu.

$2\ 474,197 - 2\ 437,75$
 $= 36,445 \text{ cm}^3$ un peu trop pour ne pas abîmer les madeleines car emballées elles seraient toute écrasées.

Face à l'hétérogénéité apparente des madeleines, une équipe a effectué la moyenne des dimensions de la madeleine. Le modèle de pavé droit choisi ici prend en compte la « bosse » de la madeleine.

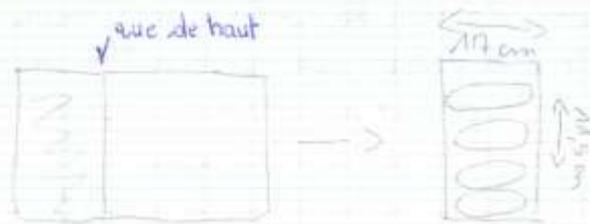
Copie avec un autre modèle de boîte, de répartition, une solution construite avec prise en compte des contraintes physiques et esthétiques.

Des madeleines font un carton :

Valeur de la boîte :

Longueur : 27,9 cm
 largeur : 18,2 cm
 hauteur : 11,5 cm

Le volume de la boîte est : 5485,79 cm³
 27,9 x 18,2 x 11,5.



LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Analyse de production

Cette équipe a pensé à une boîte cubique ainsi qu'à de nombreuses contraintes extra-géométriques, en se permettant des propositions sur les matériaux.

On peut toutefois regretter l'absence d'un schéma de répartition des madeleines dans la nouvelle boîte ainsi que le manque de calculs comparatifs.

Les patrons ont également plus de faces que nécessaire.

Ce travail mériterait donc une séance supplémentaire, en particulier sur le calcul de surface, idéal pour cette forme géométrique.

Nous avons pensé à changer la forme rectangle de la boîte en cube. Et en divisant les paquets de madeleines en 2, soit 4 paquets de 11 madeleines.

Ce cube mesurera 17 cm par côté, les madeleines garderont leur forme initiale.

Suite à notre maquette nous avons enlevé 10,5 cm à la longueur et 1,2 cm à la largeur comme ci-dessous.

$$27,5 - 17 = 10,5 \text{ cm}$$

$$18,2 - 17 = 1,2 \text{ cm}$$

Sur la maquette ci-contre la hauteur n'est pas en vraie grandeur; sa hauteur étant de 11,5 cm ne perdra pas sa valeur car les quatre sachets de madeleine ne devront pas être comprimés afin de garder leur forme.

LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Analyse de production

La forme des madeleines restera inchangé suite, à l'absence de certains calculs à propos du volume et de la masse de chaque madeleine ; Nous ne pourrons pas ainsi passer à un changement de forme sans connaître leur masse et leur volume individuel.

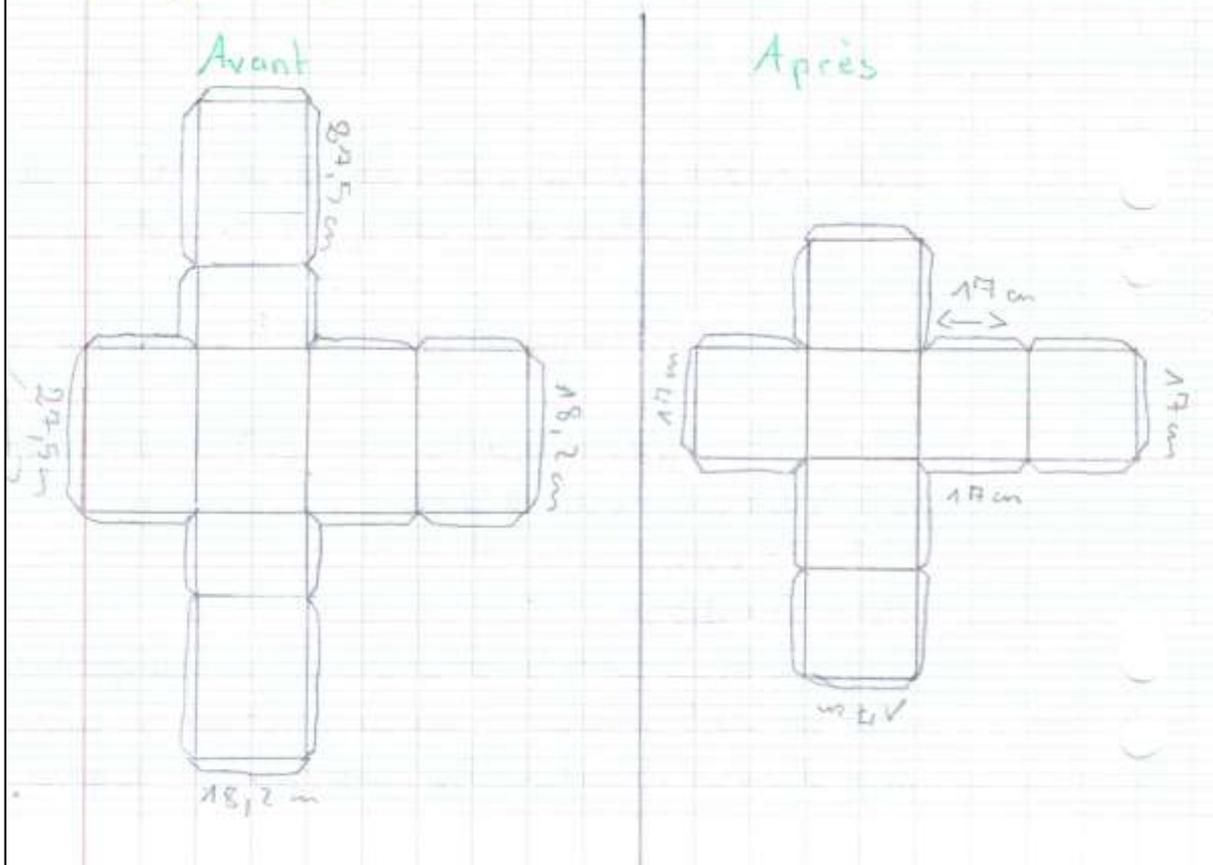
Nous savons que l'épaisseur d'un sachet fait environ 2 à 3 cm.

Le fait de pouvoir séparer les deux sachets en quatre sera plus hygiénique, le client pourra ainsi déguster le produit avec son temps au lieu de se forcer à manger 22 madeleines d'un coup.

L'emballage sera fabriqué avec un plastique recyclable, réduisant au maximum l'activité de pollution sur l'environnement.

Les emballages seront moins dangereux pour la petite enfance, car nous ferons un sorte qui il se désintègrera au contact de l'eau.

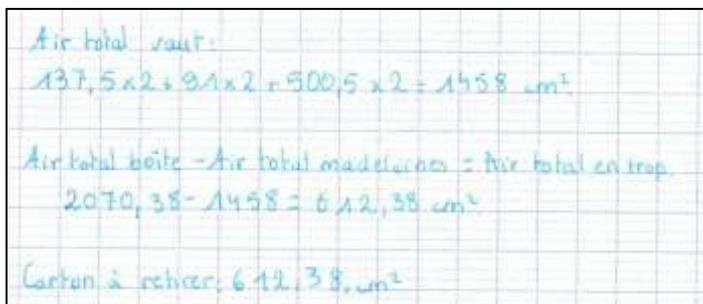
La hauteur du carton est représenté à l'aide d'un trait bleu sur la maquette. Le carton des madeleines sera construit avec des micro-fibres de plastique qui empêchera l'eau de s'y introduire pour garder la fraîcheur des madeleines au maximum.



LES MADELEINES FONT UN CARTON !

Analyse de production

Copie où le calcul de surface a été effectué, avec calcul comparatif



Si cette équipe montre des qualités de rédaction de calculs et d'organisation, un schéma aurait été bienvenu. Le calcul du volume des madeleines est en fait le calcul (erroné au niveau de la formule) du pavé droit minimal contenant les madeleines.

Un simple rognage de hauteur a donc été proposé. Une séance supplémentaire peut être l'occasion de comparer leur méthode à celle d'une autre équipe (celle du cube par exemple) pour tenter de trouver une meilleure solution

Au cours des débats ...

Outre l'intérêt de faire avancer la recherche d'une solution, les débats ont aussi été l'occasion de confronter les élèves à une présentation orale en face de leurs camarades, en équipe, en essayant que chacun joue un rôle dans l'exposé. Bien des élèves ont des choses à dire mais ont vraiment du mal à les exprimer, les annoter au tableau.

C'est aussi le moment de découvrir des formules originales de volume de cube ou d'aire de rectangles, à quelques semaines de brevet blanc par exemple. La perspective cavalière n'est pas toujours adoptée au profit de figures obscures où deux dimensions se côtoient.

L'usage d'un tableau interactif serait tout à fait appréciable pour ce genre d'activité afin de capturer les éléments pertinents (justes et faux) des productions d'élèves pour les restituer la fois d'après (pistes retenues, figures, planning, etc.).