

> MATHÉMATIQUES

Ressources transversales

Mathématiques et maîtrise de la langue

Introduction

Toutes les disciplines concourent à la maîtrise de la langue¹ et, réciproquement, la maîtrise de la langue est partie intégrante de l'apprentissage des disciplines. Qu'en est-il en mathématiques ? Quelle activité sur la langue est nécessaire, ou peut être efficace pour l'apprentissage des mathématiques ? Que peut-on viser comme compétences de maîtrise de la langue à travers le travail en classe de mathématiques ?

Les mathématiques recourent à des usages complexes de la langue courante et mobilisent des pratiques langagières qui leur sont spécifiques. C'est pourquoi le travail de la langue et de ses usages en cours de mathématiques (à l'écrit et à l'oral) est indispensable, de même qu'une réflexion plus générale sur le rôle du langage². Cela inclut une réflexion sur l'articulation entre les usages courants de la langue naturelle, un symbolisme particulier et certains usages formels de la langue.

Ces problématiques s'inscrivent dans le premier domaine de formation du socle commun de connaissances, de compétences et de culture « Les langages pour penser et communiquer » et notamment dans les deux objectifs « Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit » et « Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques ».

La question du langage en classe de mathématiques peut être abordée selon trois points de vue :

- les pratiques langagières des mathématiciens peuvent être considérées comme objet d'étude (étude essentielle pour l'enseignant) ;
- le langage peut aussi être envisagé comme vecteur d'apprentissage dans la mesure où la conceptualisation (l'appropriation, l'apprentissage d'un nouveau concept) passe nécessairement par une activité langagière des élèves, articulée avec son action ;
- enfin, le langage est pour l'enseignant un outil privilégié : support de l'essentiel de ses interactions avec les élèves, indice de l'activité et, par là même, de l'apprentissage des élèves.

C'est à ces questions qu'un groupe de professeurs, enseignants-chercheurs et inspecteurs a tenté de répondre. Les travaux ont été conduits au sein de l'IREM de Paris et avec de multiples collaborations, aboutissant à la présente ressource, articulée selon ces trois axes : le langage en classe de mathématiques comme objet d'étude, comme moyen d'apprentissage, et comme outil pour enseigner.

1. Les compétences de maîtrise de la langue sont, dans les programmes de français, des compétences langagières et linguistiques. Les compétences langagières recouvrent la maîtrise, en réception et en production, des procédures de lecture (compréhension et interprétation des textes et des images de tout type), d'écriture (tout type d'écrit) ; elles comprennent aussi la compréhension des énoncés oraux et leur production adéquate. Le développement des compétences langagières prend appui sur la construction des compétences linguistiques au sens strict (maîtrise de la grammaire implicite, c'est-à-dire le bon usage de la langue et de la grammaire explicite, c'est-à-dire le retour réflexif et analytique qui prend la langue comme objet d'étude).

2. La *langue* est vue comme un réservoir commun de mots, de signes (vocaux ou graphiques) avec ses règles d'usages (dictionnaire, grammaire, etc.). Le langage désigne très largement ici l'expression et la communication des individus à l'aide d'une langue.

SOMMAIRE

Introduction	2
Les langages des mathématiques : un objet d'étude	3
• Des registres variés pour désigner des objets ou leurs propriétés.....	3
• Langue naturelle et formalisme	4
• Écrit et oral	5
• Spécificités liées au lexique et à la grammaire.....	6
• Formulation des preuves	7
• Discours d'accompagnement de l'activité mathématique	8
• En français	9
• Conclusion.....	9
Le langage : un moyen d'apprentissage.....	9
Le langage : un outil pour enseigner	11
Conclusion	12
Exemples d'activités en classe	12
• Travailler les formulations.....	12
• Narration de recherche	15
• Restauration de figure, figure téléphonée, programme de construction	16
• Bilan de savoir.....	16
• Énoncé d'exercices audio, résolution orale d'exercices audio, utilisation de la vidéo	17
• Dictée	17
• Dictionnaire collectif, affiche « Comment dire ? » ou « Que veut dire ? »	18
Ressources bibliographiques	19
• Dans la classe	19
• En français	19
• Documents institutionnels.....	19
• Généralités, recherche	20
• Dictionnaires	21

Les langages des mathématiques : un objet d'étude

Faire des mathématiques suppose de manipuler des objets spécifiques de la discipline, des propriétés de ces objets, des relations entre objets, et des preuves de ces propriétés et relations. Les objets de la discipline sont fondamentalement abstraits (on ne peut pas montrer une fonction ou une droite, au même sens qu'on montre une chaise) et donc essentiellement manipulés via leurs représentations, notamment à travers le langage. Par ailleurs, l'activité mathématique, y compris langagière, passe, de façon incontournable, par la manipulation de variables. Cette manipulation (introduction et désignation des variables, formulation des quantifications universelles ou existentielles) n'est pas naturelle dans la langue usuelle.

Des registres variés pour désigner des objets ou leurs propriétés

Les pratiques langagières des mathématiciens se caractérisent par leur usage spécifique de la langue naturelle (du point de vue lexical, mais aussi grammatical et syntaxique), ainsi que par l'articulation de la langue naturelle avec d'autres registres : des registres symboliques (les chiffres, les lettres, les signes opératoires) et des registres graphiques (celui du dessin en géométrie, les graphiques cartésiens, les tableaux).

Registres

Pour évoquer le nombre correspondant à la quantité de trois dizaines et quatre dixièmes, on peut parler du nombre « trente virgule quatre » [parfois « trente virgule quarante », notamment dans un contexte monétaire], on peut écrire « 30,4 » ou utiliser des fractions décimales $30+4/10...$

Ce type de connaissances commence à être abordé au primaire³.

Pour manipuler la fonction qui à un nombre réel x associe son carré (ceci étant une première façon de la désigner), on peut parler de « la fonction carré », de « la fonction f , définie sur $\mathbb{R}$, telle que, quel que soit x réel, $f(x) = x^2$ ». De manière plus générale pour une fonction, on peut utiliser la notation avec la flèche $\mapsto$, ou encore, dans certains contextes, donner la courbe représentative de la fonction dans un repère cartésien, la manipuler à travers un logiciel de géométrie dynamique, ou manipuler les valeurs de la fonction dans un tableau de valeurs, ou dans un tableau. Une part importante des exercices sur les fonctions en 3^e consiste d'ailleurs à travailler ces changements de registre (voir ci-dessous).

25 Sur le graphique ci-dessous, identifie les droites (d_f) , (d_g) et (d_h) qui représentent les fonctions f , g et h définies par :

$$f(x) = 3x + 6 ;$$

$$g(x) = 0,5x - 1 ;$$

$$h(x) = -x + 2.$$

a. Détermine les coordonnées du point d'intersection des droites (d_g) et (d_h) par le calcul.

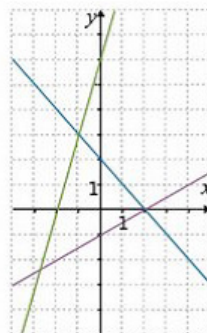
b. Détermine celles du point d'intersection des droites (d_f) et (d_h) également par le calcul.

c. Déduis-en, sans aucun calcul, les solutions de l'équation et de l'inéquation ci-dessous.

$$\bullet -x + 2 = 3x + 6$$

$$\bullet 0,5x - 1 < -x + 2$$

Justifie ta réponse.



[source : Sésamath 3^e 2012, p139]

Pour parler de deux droites perpendiculaires (désignées par les lettres « d » et « d' »), on peut décrire la situation en disant « d et d' sont perpendiculaires », ou « d est perpendiculaire à d' », on peut écrire « $d \perp d'$ », ou encore faire une figure codée⁴.



La conversion d'un registre à un autre est plus complexe qu'une simple équivalence d'expressions. La capacité à appréhender un objet dans plusieurs registres, à coordonner ces registres est un enjeu essentiel de l'apprentissage des mathématiques⁵ (on voit dans l'exercice ci-dessus l'entraînement aux passages entre les registres algébrique et graphique dans l'étude des fonctions en fin de cycle 4).

Langue naturelle et formalisme

Les objets mathématiques sont abstraits, leurs définitions, leurs propriétés, les preuves de ces propriétés ont une forte dimension formelle. On ne peut cependant pas communiquer ou penser complètement formellement (les mathématiciens ne sont pas des ordinateurs). Par ailleurs, on ne peut pas exprimer sans ambiguïté les mathématiques avec la langue naturelle. C'est même un des constats de départ de la volonté de refondation des mathématiques (fin 19^e – début 20^e) et de la fondation de la logique mathématique moderne⁶. Les pratiques langagières des mathématiciens s'appuient donc naturellement sur un mélange changeant d'expressions formalisées (éventuellement sous forme symbolique à l'écrit, mais également au travers d'un usage normé de la langue) et d'expressions relevant de la langue courante (voir les exemples proposés dans l'encart ci-dessous). Reconstituer et reconnaître les éléments de ce mélange est malaisé car les frontières sont floues, non explicites, non stables (elles dépendent du locuteur, mais aussi de l'auditoire, du contexte, de l'instant, etc.). Il y a une coexistence qui correspond à un jeu fructueux (à maintenir, à entretenir) entre pensée, échanges, intuition, conjecture, exploration, élaboration de preuves d'une part, et rigueur, formalisme et preuve d'autre part.

Coexistence d'expressions formalisées et d'expressions relevant de la langue courante

Les différentes expressions, dans lesquelles n désigne un entier, « n est pair », « n est divisible par 2 », « n est un multiple de 2 », « n s'écrit sous la forme $2k$ avec k entier », « il existe un entier k tel que $n = 2k$ », « $\exists k \in \mathbb{Z} \ n = 2k$ » sont autant d'expressions normées utilisant de façon plus ou moins forte la langue naturelle, les premières pouvant être écrites ou dites (et pouvant être une verbalisation de la dernière). Les expressions sont figées, mais supportent quelques variations, notamment à l'oral. On conjugue les verbes par exemple « si n était pair, il serait divisible par 2 ». On peut aussi bien être amené à ajouter un adverbe au sein de la proposition « n est effectivement un multiple de 2 ». Cela peut apporter un certain confort d'expression tout en compliquant le lien avec les objets formels décrits et manipulés. Il n'est pas certain par exemple qu'un élève interprète la phrase « n s'écrit sous la forme $2k$ avec k entier » comme l'affirmation, entre autres, de l'existence d'un nombre.

4. Notons qu'une figure géométrique imbrique quasiment systématiquement au moins deux registres : celui du dessin et un registre symbolique lorsqu'on nomme les objets ou que l'on code des propriétés de la figure.

5. Le changement de registre de représentation des objets mathématiques relève de la compétence représenter, qui figure en bonne place parmi les « compétences travaillées » en tête des programmes des cycles 3 et 4, avec notamment : choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique ; produire et utiliser plusieurs représentations des nombres.

6. Auxquelles notamment les travaux de Frege, Hilbert et Russel ont contribué de façon centrale.

De même, un élève distinguera-t-il dans les phrases suivantes des usages radicalement différents du « si ... alors ... » ? Dans « si $ab = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$ » l'expression « si ... alors ... » exprime une implication : on peut en écrire la contraposée, « $ab = 0$ » est une condition suffisante de vérité de « $a = 0$ ou $b = 0$ », on utilise une expression de la langue courante pour formuler une proposition mathématique (implication). Dans « si y est non nul, alors on a $x/y = 2x/2y$ » le « si ... alors ... » exprime une condition de sens (usage proche de « si tu as faim, alors tu peux te servir dans le frigo »), il n'y a pas de lien avec une implication, cela n'a pas de sens de chercher une contraposée.

De même, quel sens donnera un élève aux « un » de « un carré est un rectangle » (« tout carré est un rectangle », « les carrés sont des rectangles »), « un nombre positif est plus grand qu'un nombre négatif » (« tout nombre positif est plus grand que tout nombre négatif »), ou « un nombre positif est le carré d'un nombre positif » (« pour chaque nombre positif il existe un nombre positif dont il est le carré ») ? Quel sens donne-t-il aux mots « quelconque », « donné », « fixé » utilisés dans une phrase mathématique ?

Enfin, l'une des caractéristiques des usages de la langue en mathématiques est liée à la concision recherchée. Ainsi, certaines formulations mathématiques doivent dans un premier temps être « dépliées » pour en permettre la compréhension. Par exemple, la phrase « les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu » nécessite d'être reformulée pour expliciter les relations qu'elle décrit : il s'agit de mettre au jour le fait que les diagonales d'un parallélogramme ont nécessairement un point d'intersection, elles ont chacune un milieu et ces trois points sont confondus. Les implicites sont ainsi extrêmement nombreux dans les pratiques langagières des mathématiciens et peuvent amener des malentendus avec les élèves ; citons par exemple le fait que la quantification universelle des implications est rarement explicitée (tout lecteur initié aura lu la phrase « si $ab = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$ » ci-dessus de la façon suivante : « Quels que soient les réels a et b , si $ab = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$ »).

Écrit et oral

La dimension orale ou écrite de l'expression a son importance, l'écrit ayant tendance à être un mode d'expression plus normé que l'oral. On se permet par exemple d'énoncer oralement des formulations qu'on n'écrit pas, notamment des énoncés moins complets. Mais il existe des activités permettant des formes d'expression écrite plus relâchées (écrits intermédiaires, narration de recherche, figure téléphonée, jeux...) et des formes d'activités orales contraignantes (communication entre élèves à l'aide de petites vidéos ou d'enregistrements audio par exemple). Ces différences entre oral et écrit peuvent être riches pour travailler la langue : chaque mode d'expression pouvant éclairer l'autre du fait même de leurs différences (d'autant plus si elles sont soulignées).

Lecture d'expressions symboliques

La manière de dire / lire les symboles est un vaste champ de questions (et de travail potentiel) : « $f(x)$ » se lit « f de x », « $2 \times (x + 3)$ » se lit « deux fois [petit silence] x plus trois », ou « 2 facteur de x plus 3 », ou « le produit de la somme de x et trois par deux ». Comment dire « $(1 + x)^2$ » sans ambiguïté ? « $\leq$ » peut se lire « inférieur ou égal à », mais parfois « inférieur », et peut se conjuguer à la lecture (« si a était inférieur à 0 » par exemple).

La lecture des fractions (« 3 septièmes », « 3 sur 7 »), des notations en géométrie (« $[AB]$ » se lit parfois « segment AB » ou plus simplement « $A B$ »... comme « $[AB]$ » ou « AB »)... n'est pas naturelle, elle doit se travailler à travers des activités spécifiques (lectures, dictées, situations de communication). C'est surtout dans le cadre d'une réelle activité mathématique qu'elle peut devenir fonctionnelle et naturelle.

Spécificités liées au lexique et à la grammaire

On peut souligner tout d'abord que la définition mathématique (caractérisation mathématique qui « crée » un objet) est assez souvent éloignée de celle d'un dictionnaire (description des objets ou concepts désignés, contours des différents sens du mot, liste d'usages).

La discipline a un lexique spécifique : certains mots ou expressions ne se rencontrent dans la langue française que dans leur sens mathématique, comme « bissectrice », « cosinus », « dodécagone »... Ces mots ont souvent une étymologie éclairante⁷.

Les mathématiques font aussi un usage spécifique de certains noms communs de la langue française. Leur sens usuel et le sens qu'ils prennent en mathématiques ne sont souvent pas totalement étrangers, souvent parce qu'il y a eu des allers – retours entre les différents contextes d'usages (exemples : « hauteur », « base », « milieu », « centre », « fonction », « droite », « angle », « premier », « mesure », « image », « échelle », « facteur », « penta-gone », « tangente », « divisible », « inconnue »...). Les mathéma-tiques ne sont pas isolées des autres champs de connaissances, ni du quotidien ! Ces mots ont parfois également un sens spécifique (et différent) dans d'autres disciplines (voir l'exemple autour du mot « milieu » dans l'encart ci-après). Là aussi un travail étymologique ou lié au champ lexical est souvent riche. Ces activités sur le lexique peuvent être pensées de façon interdisciplinaire.

Le mot « milieu » : son usage en mathématiques, dans les autres disciplines scolaires et dans la langue courante

« Milieu » en sciences physiques et chimiques : substance dans laquelle se produit une réaction, un phénomène, et qui est caractérisé par certaines propriétés. Milieu acide.

« Milieu » en géographie : ensemble des caractéristiques naturelles et humaines influent sur la vie des hommes. Milieu urbain.

« Milieu » en EPS : joueur chargé, au football par exemple, d'assurer la liaison entre les défenseurs et les attaquants.

« Milieu » en SVT : ensemble des facteurs physico-chimiques et biologiques qui agissent sur une cellule, un être vivant, une espèce. Le désert, la forêt, la montagne sont des milieux dans lesquels vivent certaines espèces.

« Milieu » en mathématiques : « milieu d'un segment » point du segment situé à égale distance des deux extrémités.

Mais « milieu » c'est aussi le milieu social, le milieu professionnel, la rangée du milieu, le nez au milieu de la figure, le milieu de la nuit, le milieu des affaires, voire le Milieu (comme synonyme de « mafia »).

On rencontre des usages spécifiques de certains adverbes, déterminants, conjonctions, prépositions, propositions ou formes verbales : « et », « ou », « un », « le », « soit », « avec », « quel que soit », « si ... alors ... », « il existe », de certaines constructions entre virgules (« qui, à tout nombre x , associe », « qui, élevé au carré, vaut »)... L'usage de la négation est aussi très différent en mathématiques et en français. Dans tous ces cas, les usages courants ne disparaissent pas en cours de mathématiques, certains usages s'ajoutent (le « et », par exemple, en plus de pouvoir référer à une succession, une conjonction, une conséquence, une addition, etc. désignera également un connecteur logique)⁸.

Comme dans les usages courants de la langue, l'enseignement des mathématiques utilise aussi des mots non encore définis, ou mal définis au moment de leur utilisation (au collège par exemple, « point », « droite », « nombre », « nombre relatif », « angle », « agrandisse-ment »,

7. Des recherches étymologiques (bases grecques et latines) sur le vocabulaire du cours de mathématiques peuvent être effectuées en lien avec le cours de français ou, le cas échéant, de langues et cultures de l'Antiquité.

8. Voir document [Notations et raisonnement mathématiques, Ressources pour la classe de seconde, 2009](#).

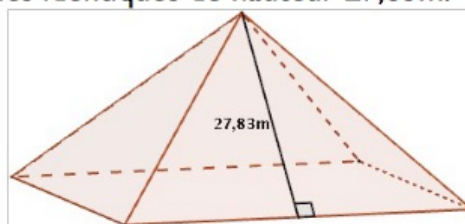
« translation », « rotation », « fonction » ne sont pas définis). Ces mots sont alors manipulés avant de correspondre à une définition mathématique, parfois pendant plusieurs années (la notion d'angle en est un très bon exemple). L'enseignement des mathématiques utilise également des mots ayant plusieurs sens possibles en mathématiques (voir « base » ci-après). Il est important d'en avoir conscience car les élèves découvrent alors les usages du mot de façon plus dispersée que lorsqu'ils peuvent avoir accès à une caractérisation mathématique claire. Soulignons qu'il n'est pas possible de définir formellement l'ensemble des concepts en jeu dans l'activité, certains concepts sont manipulés avec une approche intuitive, usuelle ou approximative. Ils sont souvent définis mathématiquement plus tard dans la scolarité, parfois beaucoup plus tard⁹.

Polysémie au sein des mathématiques

Le mot « base » est un grand classique pouvant désigner un segment, sa mesure, un polygone ou son aire, parfois dans le même contexte. Pour résoudre l'exercice ci-contre, l'élève va utiliser une formule de calcul d'aire pour un triangle (classiquement exprimée par une phrase de la forme « base fois hauteur divisé par deux », qui laisse implicite le fait que « base » renvoie ici à la longueur d'un segment) puis utilisera le mot « base » pour renvoyer à la base de la pyramide, désignant alors le polygone, voire son aire. Parfois le mot désigne aussi le côté opposé au sommet principal d'un triangle isocèle. Par ailleurs, le mot « base » désigne les bases de numération (on calcule « en base 10 »).

Autre exemple, l'adjectif « symétrique » : il peut concerner une figure (« ce dessin de papillon est symétrique »), une relation entre une figure et une droite (« ce dessin de papillon est symétrique par rapport à la droite d »), une relation entre deux figures (« deux triangles symétriques ont même aire »), une relation entre deux figures et une droite (« ces deux figures sont symétriques par rapport à la droite d »). Le même type de phrases existe concernant la symétrie centrale... et le mot symétrie est aussi le nom d'une transformation !

La grande pyramide construite dans la cour du musée du Louvre est formée par une base carrée de côté 35m et par quatre triangles isocèles identiques de hauteur 27,83m.



Les faces formées par les triangles sont en verre. Calculer la surface de verre recouvrant cette pyramide.

Formulation des preuves

La formulation des preuves a également ses spécificités. Comme pour le lexique, il y a une spécificité épistémologique : une preuve est un objet mathématique formel et abstrait que l'on décrit, et dont on poursuit l'élaboration, en la formulant. La réflexion sur l'apprentissage de la démonstration a des liens avec la réflexion plus générale autour de l'argumentation dans la scolarité et dans les autres disciplines, mais les problématiques ne se recouvrent pas totalement.

⁹. Voire jamais : les nombres réels font ainsi leur apparition de manière subreptice en fin de cycle 4, sont nommés et utilisés de manière plus courante dès la classe de seconde ... mais la définition des nombres réels ne figure plus dans aucun programme d'enseignement (y compris en post-bac).

Chaque pas de déduction¹⁰ correspond à des formulations usuelles. Signalons simplement par exemple l'usage complexe du « donc ». Il marque, de façon très générale, la présence d'un pas de déduction. En affirmant « n est pair, donc n^2 est pair », le locuteur intervient et affirme au moins trois choses : « la proposition « n est pair » est vraie », « la proposition « n^2 est pair » est vraie » et « je déduis la seconde proposition de la première » (on peut penser que, pour ce faire, le locuteur utilise l'implication « [pour tout entier n] si n est pair, alors n^2 est pair »). Lorsque l'on dit « n est pair, donc n^2 est pair » on ne formule pas une proposition mathématique. On ne dit notamment pas la même chose que si l'on dit « [pour tout entier n] si n est pair, alors n^2 est pair ».

L'apprentissage de la démonstration passe par un travail sur le raisonnement, les arguments utilisés, mais aussi sur la formulation et la rédaction. Les deux dimensions sont abordées de façon progressive, sans exigence de formalisme. Travailler explicitement la formulation permet de (faire) préciser la construction du raisonnement, d'expliciter certains pas de déduction, de faire comprendre certaines exigences de rédaction.

Discours d'accompagnement de l'activité mathématique

Les mots ou expressions utilisés pour parler de l'activité mathématique de l'élève sont aussi parfois polysémiques ou flous : qu'est-ce que la « nature » d'un objet mathématique ? Que peut-on dire ou pas quand un énoncé d'exercice demande « que peut-on dire ? » ? Qu'est-il attendu quand il est demandé de « justifier », « expliquer », « prouver », « montrer », « vérifier », « démontrer », « déduire » ? Il n'y a par exemple pas de consensus autour de ces mots, leur sens et leur usage peut différer d'un enseignant à un autre, et évoluer pour un même enseignant en cours d'année et de l'avancée sur les activités autour de la preuve, ou au cours des cycles 3 et 4. Un travail réflexif d'explicitation et de reformulation mérite d'être mené avec les élèves.

Éléments d'étymologie a propos de « prouver », « démontrer », « montrer », « justifier » etc.

Le premier sens de « montrer » est « mettre devant les yeux », « attirer l'attention sur ». Il n'est pas sans lien avec « monstre » terme initialement religieux (« signe divin à déchiffrer », êtres mythologiques, puis personne au physique ou aux mœurs étranges).

« Démontrer » garde un sens proche de « faire voir », « exposer » (on retrouve ce sens dans les expressions « démonstration de force », « démonstration d'amitié », ou dans l'adjectif « démonstratif »), et « donner des preuves ».

« Justifier » a un sens juridique « traiter avec justice », « déclarer juste », mais aussi, toujours dans ce contexte, « disculper », « innocenter », et « établir un fait, prouver ».

« Prouver » a eu des sens proches de « éprouver », « mettre à l'épreuve », « approuver » et « faire approuver », mais également de « rendre croyable ». C'est surtout dans ce sens qu'il est utilisé en mathématiques (« faire apparaître comme vrai »).

« Déduire » a la même racine que « conduire » : il a signifié « faire sortir », « faire descendre », « faire tomber » (d'où le sens de « soustraire »), mais aussi « emmener », « amener à ». Au Moyen Âge le verbe désigne un raisonnement par lequel on fait sortir d'une supposition la conséquence logique qu'elle contient implicitement.

La compréhension des énoncés d'exercices de mathématiques soulève des difficultés propres qui s'ajoutent aux difficultés générales de lecture et de compréhension des textes (quelques points difficiles par exemple : perception du contexte et de l'implicite, compréhension des connecteurs, usages fins des pronoms relatifs et des déterminants, etc.).

10. Introduction ou élimination d'une quantification universelle ou existentielle, introduction ou élimination d'un connecteur (disjonction (ou), conjonction (et), implication), introduction ou élimination de la négation.

En français

En français, l'apprentissage de la compréhension de texte se met en place dès le cycle 2 (« les démarches et stratégies permettant la compréhension des textes sont enseignées explicitement »), mais se poursuit encore au cycle 4.

Les obstacles que rencontrent les élèves dans la lecture des énoncés (et des consignes), ou plus généralement des textes en mathématiques (cours, solutions d'exercices, manuels...) sont de plusieurs ordres.

On peut bien sûr penser aux problèmes de décodage (identification des mots écrits), puis de lexique et de syntaxe. Mais il faut aussi penser aux compétences plus larges : prises d'informations, en termes de structuration et de contenu, dans le texte et hors texte (postulats implicites, inférences, contexte, culture personnelle). Il est également connu que les élèves en difficulté de lecture ont du mal à comprendre ce qui est attendu d'eux dans une situation de lecture au-delà du déchiffrement et de la compréhension des mots ou des phrases ; de plus, ils ne savent pas réguler leur lecture, contrôler et évaluer leur compréhension du texte dans son ensemble.

Conclusion

Les pratiques langagières des mathématiciens sont spécifiques et complexes. Elles mêlent de façon profonde des usages courants (et déjà souvent sophistiqués) de la langue française, et le formalisme mathématique (usage normé de la langue, symbolisme). Les élèves découvrent en même temps les objets mathématiques à étudier (leurs définitions, leurs propriétés, les preuves de ces propriétés, les problèmes auxquels ils permettent de répondre, etc.) et la façon d'en parler. Comme l'indiquent les programmes, le cycle 4 est le lieu de l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves utilisent des raisonnements logiques, des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion. C'est donc un moment charnière de l'apprentissage des mathématiques. La façon de dire (ou de ne pas dire) les mathématiques doit faire l'objet d'une attention particulière pour l'enseignant (qui prépare son cours et le met en œuvre, qui écoute les élèves et interprète). Elle fait l'objet d'activités explicites en classe en lien avec le contenu : travail des formulations avec les élèves (comparer, expliquer, modifier, affiner), explicitations des contraintes menant à telle ou telle formulation, situations de communication entre élèves, coexistence de plusieurs formulations des propriétés, des définitions ou des preuves dans le cours ou les corrections d'exercices...

L'attention aux usages de la langue est également un support de choix pour des travaux interdisciplinaires (évidemment entre mathématiques et français, mais aussi par exemple entre mathématiques et sciences expérimentales).

Le langage : un moyen d'apprentissage

L'élaboration d'un concept et les pratiques langagières qui y sont associées sont deux processus indissociables qui s'alimentent mutuellement dans le cadre d'un apprentissage. La question de l'appropriation d'un nouveau concept n'est pas dissociable de l'appropriation des pratiques langagières qui lui sont associées (a minima le vocabulaire spécifique). Il ne s'agit ni de penser que l'introduction du nouveau mot (ou d'une définition) suffit à la maîtrise d'un concept, ni de considérer que savoir manipuler un concept « en actes » suffit pour savoir en parler : les deux doivent se construire en interaction. Le travail de la maîtrise des aspects langagiers ne peut cependant pas être déconnecté du reste du cours et du contenu enseigné. En particulier, comprendre un objet mathématique suppose d'être capable de le représenter dans divers registres et d'articuler ces représentations entre elles (on peut repenser à l'exemple précédent sur les fonctions).

Le lexique spécifique associé à un concept ne doit pas être introduit trop tôt, et l'usage correct des mots (ou l'usage des mots attendus) ne peut être que progressif. Il est important d'entendre comme telles, de laisser vivre, voire de solliciter et de travailler, des formulations intermédiaires. Elles peuvent être considérées comme incorrectes du point de vue des formulations visées, mais sont des passages nécessaires (les exigences évoluant petit à petit au fil du chapitre ou de l'année). Il est normal que les premières tentatives de manipulation des nouveaux mots soient éloignées des usages standards, elles sont en revanche souvent révélatrices voire créatrices de sens, notamment dans les phases de recherche et de découverte de nouvelles notions ou encore de résolution de problèmes. Les phases de synthèse et d'institutionnalisation doivent être le lieu d'activités sur la correction des formulations, même si leur appropriation est progressive. L'objectif n'est pas d'arriver à une formulation unique à reprendre systématiquement, mais plutôt de faire intégrer aux élèves les contraintes qui mènent à certaines formulations complexes et normées. L'usage des brouillons, le travail d'élaboration collective d'une formulation (de définition, de proposition, de preuve), la présentation dans les traces écrites (cours, correction d'exercice par exemple) de plusieurs formulations d'une même définition ou de précisions sur l'équivalence de plusieurs formulations d'une même propriété, d'une même preuve sont très riches de ce point de vue (à tous les niveaux et dans tous les domaines mathématiques).

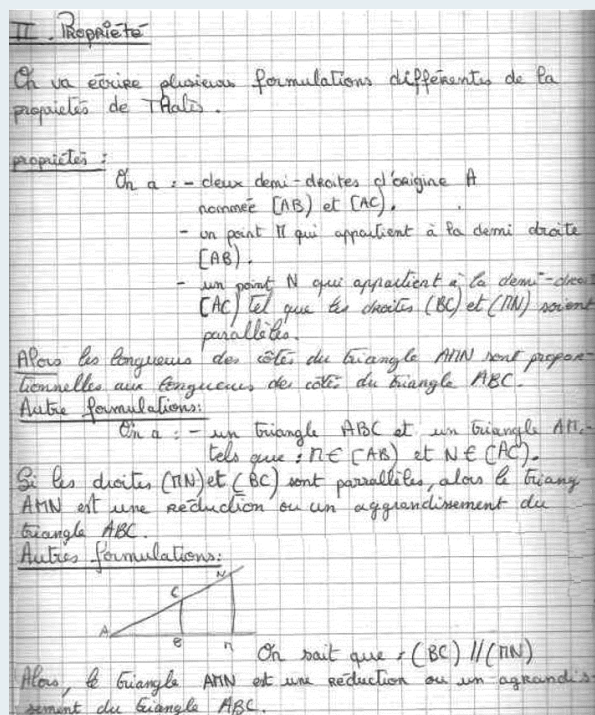
Formulations du théorème de thales

Certaines pratiques sont nécessaires pour permettre aux élèves de prendre du recul sur la langue, de se familiariser avec certaines pratiques langagières, et d'identifier des équivalences de formulations. Il ne faut pas hésiter à formuler de plusieurs façons ce que l'on dit quand on parle, à juxtaposer, à faire travailler plusieurs formulations de la même chose, mais aussi à expliquer, à « déplier » les expressions.

Notons de plus que des formulations équivalentes, en général, ne mettent pas la même chose en évidence : par exemple, dire « l'image de 3 par la fonction f est 5 » peut être reformulé en « 3 a pour image 5 par la fonction f » ou « 3 est un antécédent de 5 pour la fonction f », ou « $f(3) = 5$ », mais également en « 5 est l'image de 3 par la fonction f », « 5 a pour antécédent 3 pour la fonction f », « $5 = f(3)$ », et on peut noter que, par exemple, l'ordre de 3 et 5 est inversé dans les dernières formulations, et est inversé par rapport au sens « naturel » associé à l'idée de fonction, ainsi qu'au sens de la flèche.

Faire produire aux élèves ou proposer des (re)formulations, les comparer, les faire évoluer, est un processus riche permettant de faire cohabiter plusieurs formulations d'une même définition, ou d'une même propriété, tout en travaillant le sens. Les élèves se familiarisent ainsi avec les différentes formes qu'ils vont rencontrer, dans les exercices par exemple.

Ci-contre un exemple de cahier en classe de 4^e : suite à une activité en géométrie dynamique, les élèves écrivent une formulation de la propriété conjecturée, un travail collectif est mené avec l'enseignant sur ces formulations, pour aboutir à cette présentation du cours.



D'autres pratiques langagières ne sont pas liées à des concepts particuliers mais doivent faire l'objet d'une attention spécifique (comme la notion de définition, de preuve, les connecteurs logiques). Il ne s'agit pas de faire un cours sur ce qu'est une définition ou une preuve, mais de pointer avec les élèves, aussi souvent que possible, le sens de ces mots et leurs usages. De même les consignes d'exercice méritent une attention particulière, et souvent un travail spécifique (reformulation par les élèves ou l'enseignant, rappels sur le vocabulaire, précisions sur les phrases complexes ou incomprises, etc.).

Enfin, notons que de nombreuses recherches ont mis en évidence l'importance des compétences langagières dans la réussite scolaire et le fait que le rapport au langage des élèves de milieu social défavorisé, parce qu'il est plus éloigné du rapport au langage nécessaire aux apprentissages scolaires que celui d'élèves « ordinaires », est un des facteurs importants des inégalités scolaires¹¹. Les enjeux langagiers doivent donc faire l'objet d'une attention particulière avec les publics de l'éducation prioritaire. Cela dépasse la question de la maîtrise de la langue française (fautes de grammaire ou d'orthographe), mais concerne plutôt le rôle que l'on attribue au langage, ce que l'on « fait avec ». Les apprentissages scolaires requièrent notamment que le langage soit un outil, non seulement pour « dire le vrai » et communiquer, mais également pour élaborer sa pensée, argumenter, analyser... y compris le langage lui-même. Tous les élèves ne sont pas familiarisés de la même façon avec ces différents usages.

Le langage : un outil pour enseigner

Si le langage est un moyen d'apprentissage (partie précédente), c'est aussi, à ce titre, un levier d'enseignement. La parole de l'élève, ses formulations, sont autant d'indices de son activité, de son appropriation des concepts en jeu, de son apprentissage. Le langage est de plus, comme on l'a vu ci-dessus, un outil de pilotage : faire formuler, faire reformuler les élèves, les faire échanger entre eux, c'est les faire penser, les faire penser autrement, faire évoluer leurs conceptions.

Au-delà du choix des tâches proposées aux élèves et de l'organisation du travail, un des outils puissants de l'enseignant est le langage qu'il emploie. Il a sur celui-ci une importante marge de manœuvre, oralement comme par écrit.

Il est souhaitable que l'enseignant soit vigilant sur ses pratiques langagières, qu'il veille, dans la mesure du possible, à manipuler des expressions correctes et complètes, des formulations variées, tout en contrôlant les équivalences entre les expressions utilisées. Il est aussi important que son langage soit adapté au moment de l'apprentissage. Notons qu'à l'oral, il est souvent pratique d'omettre certains éléments dont l'absence ne gêne pas la compréhension entre personnes familières des usages de la langue en mathématiques, mais cela peut faire obstacle à la compréhension des élèves : par exemple, dans le cas où l'on demande si deux figures sont symétriques par rapport à une droite donnée, on peut être tenté de reformuler à l'oral par « les figures sont-elles symétriques ou non ? », alors qu'elles peuvent être symétriques (par rapport à une autre droite), sans pour autant être symétriques par rapport à cette droite.

Un regard réflexif sur ses propres pratiques langagières est pertinent pour l'enseignant : les formulations habituelles dans sa discipline sont naturelles pour lui, transparentes. Il faut réussir à les (ré-)interroger et prendre conscience de la difficulté qu'elles peuvent représenter pour les élèves, se donner les moyens de percevoir ces difficultés, de les travailler.

Conclusion

L'apprentissage d'une discipline inclut l'apprentissage des pratiques langagières qui lui sont propres. Il est donc nécessaire de prendre en charge dans l'enseignement des mathématiques les spécificités langagières de cette discipline qui sont multiples et complexes. À l'inverse, ce travail enrichit les compétences langagières des élèves et leur maîtrise de la langue, maîtrise dont l'enjeu est fondamental pour leur réussite scolaire.

Exemples d'activités en classe

Travailler les formulations

La formulation des définitions ou des théorèmes énoncés dans le cours de mathématiques peut être issue d'un travail avec les élèves : après une expérimentation permettant l'approche d'un théorème, par exemple, on demande classiquement aux élèves de formuler une conjecture (un fait qui semble être vrai dans le contexte), on peut poursuivre en leur demandant de formuler la propriété pour le cours : ils doivent ainsi trouver aussi une description du contexte, des hypothèses, de la prémisse ; et arriver à une formulation (ou des formulations) qui convienne(nt) à tous (y compris à l'enseignant). L'idée est alors de garder cette formulation (ou ces formulations) pour le cours (voir ci-dessus l'exemple Formulations du théorème de Thalès). Ce n'est pas seulement le résultat qui compte, les formulations choisies, mais le processus : le fait d'avancer progressivement et collectivement vers une formulation permet de discuter et d'intégrer la nécessité de précision et de rigueur (les demandes de précisions venant alors aussi des élèves lors de la discussion), les choix de présentation (en géométrie, fait-on une figure ou liste-t-on des éléments caractérisant la situation ? ou les deux ?). Au final cela permet également aux élèves de s'approprier le théorème.

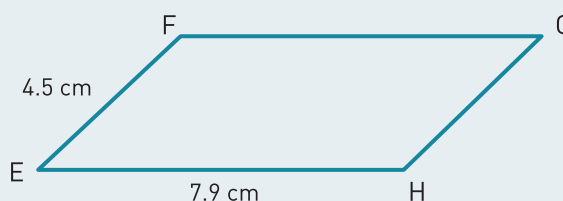
De la même façon, ce type d'activités peut être mené sur la formulation des démonstrations : chaque élève réfléchit à une preuve (éventuellement avec aide) et formule sa démonstration. Un travail en groupes est ensuite demandé de façon à ce que les membres de chaque groupe se mettent d'accord sur une rédaction commune. Une discussion peut ensuite être menée collectivement sur les différences observées, les choix faits, les manques, la clarté, la concision, la précision relative des propositions, etc. Il n'est pas possible d'échanger sur la formulation sans travailler le contenu : les déductions mathématiques en jeu, les objets mathématiques utilisés et leurs propriétés. Là aussi, l'activité aboutit à la validation par la classe (y compris par l'enseignant) d'une ou plusieurs formulations.

Formulations de preuves

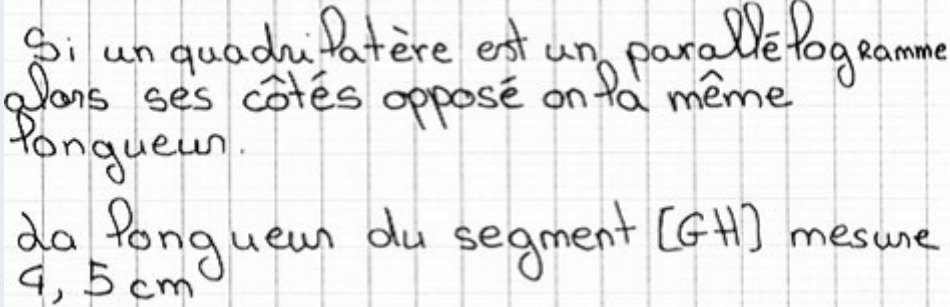
Exemples de preuves proposées par des élèves de 5^e. Les élèves doivent ensuite travailler en groupe pour arriver à l'écriture d'une (seule) preuve. Ce sont les discussions autour de ces formulations et les interactions avec l'enseignant sur ces questions qui sont le cœur de cette séance.

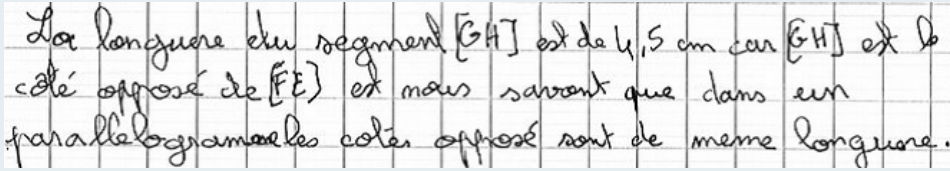
L'énoncé

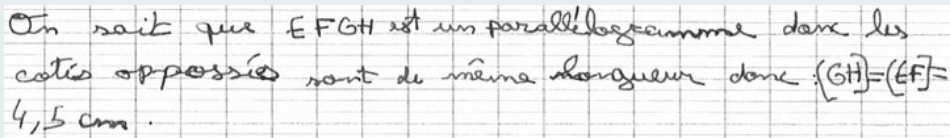
Le quadrilatère EFGH ci-dessous est un parallélogramme. Quelle est la longueur du segment [GH] ?

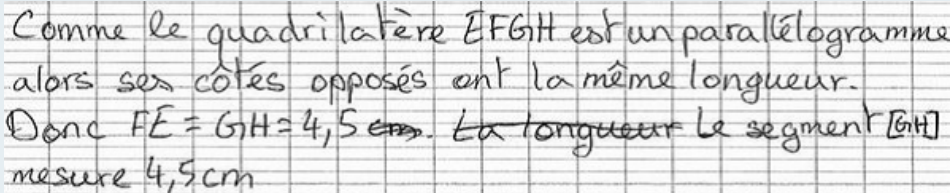


Les productions

1. 

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.
la longueur du segment $[GH]$ mesure 4,5 cm
2. 

La longueur du segment $[GH]$ est de 4,5 cm car $[GH]$ est le côté opposé de $[FE]$ et nous savons que dans un parallélogramme les côtés opposés sont de même longueur.
3. 

On sait que $EFGH$ est un parallélogramme donc les côtés opposés sont de même longueur donc $[GH] = [FE] = 4,5 \text{ cm}$.
4. 

Comme le quadrilatère $EFGH$ est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.
Donc $FE = GH = 4,5 \text{ cm}$. La longueur le segment $[GH]$ mesure 4,5 cm

Une relecture d'orthographe et de grammaire est à faire (une notation à revoir également dans la 3e copie), les élèves le font collectivement en général de façon relativement efficace. Trois faits permettent de déduire la réponse attendue $GH = 4,5 \text{ cm}$. Ce résultat s'appuie en effet sur un théorème du cours, le fait que, dans ce contexte, $[EF]$ et $[GH]$ sont deux côtés opposés du parallélogramme $EFGH$, et le fait que $EF = 4,5 \text{ cm}$. La façon de citer (ou non) ces éléments est ici très variable : formes différentes, ordre différents, utilisation ou non de symboles (égalité par exemple) et des notations (notations des longueurs par exemple). Un élève commence par donner la réponse et justifie ensuite (utilisation de « car »), les autres présentent les choses dans un ordre plus classique, mais les formulations des pas de déduction sont variées (« si... alors », « car », « donc », « comme... alors »). Les façons d'évoquer le théorème sont en elles-mêmes très intéressantes : en citant le cours (ou peut-être en le reformulant, mais sans évoquer le contexte de l'exercice) comme c'est vraisemblablement le cas dans les deux premières copies ? Ou dans un entre-deux permettant au lecteur de reconnaître le théorème tout en le situant dans le contexte de l'exercice comme dans la copie 4 ? La variété peut être source de discussions, d'explicitations des règles.

L'esprit critique des élèves permet de soulever la plupart de ces points dans les échanges. L'enseignant pilote l'échange et fait avancer le débat vers une (ou des) formulation(s) acceptées collectivement. Les débats explicitent certaines connaissances, les ambiguïtés ou la complexité de certaines formulations (des alternatives sont proposées), et les attendus concernant le raisonnement en mathématiques sont mis en évidence.

Les équivalences de formulations peuvent aussi être vues sous forme de jeu de correspondances. On peut par exemple en fin de cycle 3 faire regrouper, parmi un paquet de cartes sur lesquelles sont écrites diverses représentations de nombres (écriture décimale, fraction irréductible ou non, opérations, en mots), les cartes qui « désignent » le même nombre. L'exercice peut d'ailleurs être enrichi au fil de la progression allant du cycle 3 au cycle 4 ; c'est ainsi qu'on peut commencer l'exercice avec les représentations « huit », « eight », « ocho », « $11 - 3$ », « $24 / 3$ », et « $0,51 + 7,49$ » pour désigner le nombre 8, l'enrichir un peu plus tard avec « $7 - (-1)$ » et « $\sqrt{64}$ » et proposer en fin de cycle 4 les représentations « la solution de l'équation $2x = 16$ » ou encore « l'image de 9 par la fonction affine qui, à x , associe $x - 1$ ».

Ce type d'activités peut aussi être mené à partir de formulations variées d'une même propriété. Voici un exemple de production d'un élève de 6^e : il s'agissait, quelques séances après le cours correspondant, de regrouper en trois paquets des formulations variées de trois propriétés reliant droites parallèles et perpendiculaires, puis de proposer pour chaque propriété une formulation personnelle :

1. Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.	2. Deux droites perpendiculaires à une troisième droite sont parallèles.
9. Si une droite est perpendiculaire à deux autres droites, alors ces deux droites sont nécessairement parallèles.	16. Lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont forcément parallèles.
15. Quelles que soient les droites (d1), (d2) et (d3), si (d1) est perpendiculaire à (d2) et (d1) est perpendiculaire à (d3) alors (d2) est parallèle à (d3)	12. Si deux droites (d1) et (d2) sont parallèles et qu'une, par exemple (d1), est parallèle à une troisième droite (d3) alors l'autre parallèle, ici (d2), est aussi parallèle à la troisième droite (d3).

Quand 2 droites sont perpendiculaires à une autre droite, alors elles sont parallèles entre elles

Narration de recherche

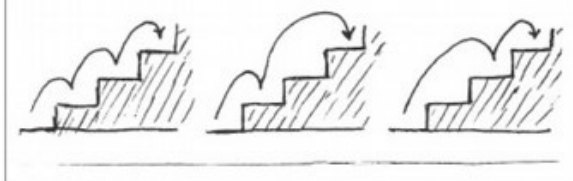
Il s'agit de faire entrer les élèves dans l'écrit en mathématiques par le biais du récit. L'exercice de narration de recherche se fonde sur un travail autour d'un problème choisi, chaque élève devant écrire le récit, un compte rendu, de la recherche : toutes les idées, toutes les pistes suivies, y compris celles qui n'ont pas abouti. L'attention est ainsi portée sur la recherche elle-même (écouter, confronter, expérimenter, raisonner, se tromper, reprendre...).

La présentation de l'activité nécessite des explications orales et du temps. Elle peut être accompagnée d'un écrit, par exemple : « La solution du problème proposé n'est pas facile à trouver. Le but de ce travail est bien sûr de trouver la solution, mais surtout de la chercher. Vous pouvez essayer toutes les méthodes qui vous viennent à l'esprit. Il faudra ensuite expliquer par écrit les détails de vos recherches, de vos idées, même si elles ne donnent pas de bons résultats (il faudra alors expliquer pourquoi ça ne marche pas) ».

La narration peut aussi se faire sur un exercice « courant » (mais bien choisi), et sa rédaction peut être **courte**... ce qui compte c'est que l'élève comprenne que sa recherche a une valeur, quel que soit l'exercice, la solution « complète » n'étant pas le but premier.

Pour monter un escalier, on peut sauter une marche si on veut (on fait des pas de une ou deux marches).

Voici toutes les manières différentes de grimper trois marches d'un escalier.



Combien y a-t-il de manières différentes de monter :
 4 marches d'un escalier ? 5 marches d'un escalier ?
 6 marches d'un escalier ? 7 marches d'un escalier ?
 17 marches d'un escalier ?

Source : IREM de Paris – 2002, p 39,
voir bibliographie.

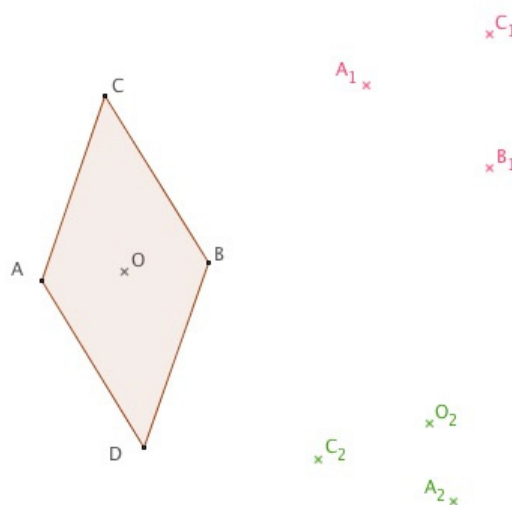
Il est préférable que l'expression de l'énoncé soit simple. Il est intéressant de commencer par des questions très élémentaires, de façon à ce que les élèves se mettent plus facilement au travail, entrent en confiance dans la tâche donnée et aient tous quelque chose à raconter. Le partenariat avec l'enseignant de français de la classe est très riche (activités autour des techniques liées au récit, à l'argumentation). En ce qui concerne le travail sur la langue (la narration de recherche concerne, comme on le voit, d'autres champs de l'activité), notons que des activités sont à mener dans le cadre du cours de mathématiques pour passer de cette forme d'écrit (la narration) à un écrit plus conforme aux pratiques des mathématiciens (suppression de toute subjectivité, notamment).

Les narrations de recherche constituent aussi un outil permettant de travailler les compétences mathématiques visées aux cycles 3 et 4 : chercher (expérimenter, émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture, tester, essayer plusieurs pistes de résolution, décomposer un problème en sous-problèmes...), raisonner (mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions, fonder et défendre ses jugements...), communiquer (expliquer à l'oral ou à l'écrit sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme)¹².

À titre d'exemple, dans la partie des programmes traitant de l'enseignement du français, on trouve la proposition d'EPI suivant : « Aider les élèves à lire / écrire des textes scientifiques (comptes – rendus d'expériences, formulations d'hypothèses...) ».

Restauration de figure, figure téléphonique, programme de construction

Une *restauration de figure* est un exercice de reproduction par les élèves d'une figure donnée, à partir d'une amorce. Les instruments sont déterminés, ou suggérés à l'aide d'un système de « coût ». Dans l'exemple ci-contre, reproduire le losange à la règle non graduée et au compas¹³ à partir de A, C, B , fait travailler les propriétés des longueurs des côtés, dans le second cas les diagonales sont visées. Si l'équerre est seule disponible¹⁴, ce sont des relations d'orthogonalité ou de parallélisme qui seront mobilisées.



La validation de la figure tracée peut se faire avec un calque. La mise en commun compare les constructions adoptées et les figures obtenues (et, le cas échéant, le coût). Le travail oral de description, d'explication, voire de justification, des procédures qui a lieu pendant la mise en commun est central. Cette description peut être, dans un premier temps, centrée sur les manipulations et les outils, elle s'enrichit et se décontextualise ensuite.

Un *programme de construction* est une description écrite d'une procédure permettant, avec des instruments précis, de reproduire une figure donnée. Ici encore les procédures dépendent de la figure initiale et des instruments imposés. Cet exercice conduit les élèves à verbaliser des propriétés, pour mieux les conceptualiser en les utilisant comme une description. Les élèves rédigent souvent, dans un premier temps, une description très factuelle de la construction (« je plante la pointe du compas sur la croix et je le fais tourner ») pour parvenir, ensuite, à une description plus mathématique (« je trace le cercle de centre... »).

L'exercice peut être transformé : l'enseignant peut choisir un (ou plusieurs) programme(s) de construction en amont de façon à faire travailler les élèves sur telle ou telle notion, ou l'utilisation de tel ou tel instrument. Le travail, amorcé au cycle 3, peut ainsi se poursuivre au cycle 4.

On peut motiver la production des élèves par des situations de figures téléphonées. Un binôme étudie une figure dessinée et doit écrire un programme de construction. Un second binôme¹⁵ reçoit le message, exécute les instructions autant que faire se peut, et devient, dès lors, juge de sa qualité. Il est possible de mettre en place une navette de questions / réponses, ou un bilan oral des difficultés rencontrées (à l'écriture d'une part, à la compréhension d'autre part). Il est possible de mener les échanges oralement en demandant aux élèves de s'enregistrer (fichiers audio). Ce type de productions peut permettre à des élèves gênés à l'écrit de se lancer, les contraintes de précisions et de respects des conventions apparaissent très rapidement.

En réagissant à la description d'un autre binôme, les élèves s'approprient les contraintes de l'exercice. Il est important d'utiliser des figures simples, et de ne pas négliger une phase de mise en commun permettant de rendre explicites les enjeux, géométriques et textuels, des programmes de construction. Il est tout à fait possible d'organiser, dans un premier temps, le travail à l'oral faisant préparer aux élèves des messages audio (voir point suivant).

13. On peut aussi indiquer qu'il faut faire la figure en un minimum de points sachant qu'une utilisation de l'équerre coûte 3 points, du compas ou de la règle non graduée coûte 1 point, de la règle graduée 10 points, les autres instruments n'étant pas autorisés.

14. Ou en changeant les coûts.

15. En pratique, les messages sont échangés entre les binômes, qui jouent les deux rôles.

Le principe de la figure téléphonique peut être utilisée aussi en formule téléphonique (en s'inspirant par exemple des éléments du paragraphe « Dictées » ci-après).

Bilan de savoir

De nombreuses modalités de travail avec les élèves s'inspirent de l'idée de « bilans de savoir ». Ce sont notamment des occasions de structuration des connaissances et de l'activité mathématique mais aussi des moments de reformulation. L'idée consiste à faire formuler par les élèves, de manière ciblée, ce qu'ils ont appris. L'objectif est notamment de les faire passer du « faire » au « savoir », dans une modalité de travail intermédiaire entre les mises en activité et les moments d'institutionnalisation des connaissances.

L'activité peut être rapide en début de cours « Qu'avons-nous appris lors de la séance précédente ? » ou en fin de cours « Qu'avons-nous appris lors de cette séance ? ». La forme peut être variée : production orale ou écrite, individuelle ou collective, privée (bilan pour soi, préparation d'une évaluation, voire préparation d'une « anti-sèche », élaboration d'une carte mentale) ou publique (bilan pour les autres, correspondance réelle ou factice, poster dans la classe, vidéo¹⁶), ponctuelle ou plus évolutive.

Énoncé d'exercices audio, résolution orale d'exercices audio, utilisation de la vidéo

Certaines expériences menées montrent que le travail en mathématiques à partir d'enregistrements audio (ou vidéo) permet un cheminement entre l'expression orale spontanée des élèves (souvent inadaptée aux attentes de l'enseignant) et des formulations plus proches des usages normés.

La mise à disposition d'enregistrements de la lecture des énoncés (fichiers MP3, lecteurs et casques mis à disposition) est intéressante. Il ne s'agit pas de remplacer la lecture d'énoncé, mais simplement de permettre à certains élèves mal à l'aise avec la lecture de se rendre compte qu'ils peuvent résoudre certains exercices. La résolution d'exercices de manière orale et enregistrée par les élèves permet aussi de ménager une possibilité d'activité pour des élèves particulièrement en difficulté à l'écrit. Dans les deux cas, il ne s'agit pas de solutions pérennes : les objectifs de lecture autonome des énoncés et d'expression écrite demeurent essentiels dans toutes les disciplines. Mais ces modalités de travail peuvent débloquer certains élèves, ou permettre une évaluation temporairement moins dépendante de l'écrit.

D'autres utilisations d'enregistrements audio ou vidéo sont possibles : on peut utiliser les vidéos comme une sorte de bilan de savoir. Soulignons que les productions enregistrées sont souvent plus formelles qu'une intervention orale classique d'élève : les élèves prennent même parfois l'initiative... d'écrire leur texte avant de s'enregistrer.

Dictée

Le travail sur les formulations ou sur les pratiques usuelles de l'écrit en mathématiques peut aussi se faire à l'aide de dictées : de même que la séance de mathématiques peut commencer par un rapide temps de calcul mental, de même certains points délicats (notation, exigences d'écriture) peuvent être abordés régulièrement (et rapidement) en début d'heure, sous forme de « questions flash », par exemple.

À propos des notations, en géométrie, il est intéressant de demander aux élèves de noter ce qu'ils entendent quand l'enseignant leur dit par exemple « A est le milieu de BC », « DE mesure trois centimètres » ou « A est sur BC ». On souligne ainsi l'importance des notations à l'écrit... et la plus grande précision de certaines formulations orales (« le point A est le milieu du segment AB », « le segment DE mesure trois centimètres »). On engage, ou on renforce, une réflexion sur le langage en cours de mathématiques.

Retrouvez Éduscol sur



16. Dans l'exemple proposé ici, les élèves devaient, après le cours, produire un résumé filmé de l'une des propriétés étudiées. [Reformulation en vidéo](#)

Exemples de productions amorçant la discussion à partir de la dictée « AB et CD se coupent en G » (classe de 6^e) :

$[AB]$ et $[CD]$ se coupent en G
 AB et CD se coupent en G
 (AB) et (CD) se coupe en G

Ce travail peut se faire aussi dans le domaine numérique : « la somme de douze et neuf », « le produit de quinze par cinq », « la différence entre trente et sept » (on peut demander le résultat, ou simplement l'expression écrite du calcul, on peut aussi afficher l'expression écrite du calcul et demander « en mots »). On peut arriver à des phrases plus ambiguës « le double de 7 plus 1 » permettant de comparer l'usage de « la somme de » et de « plus », puis, sur d'autres calculs, de discuter la nécessité des conventions de priorité, le rôle des parenthèses à l'écrit par exemple. Les exemples précédents relèvent plutôt du cycle 3 ou du début du cycle 4, mais ils peuvent être prolongés pendant tout le cycle 4. Ils permettent ainsi d'aborder les notions de somme ou de produit d'expressions algébriques, et de préciser le sens de la distributivité, de la factorisation et du développement.

Dictionnaire collectif, affiche « Comment dire ? » ou « Que veut dire ? »

La confection d'un dictionnaire ou d'un lexique est une activité très riche. Elle suscite un regard réflexif tant sur la langue que sur les notions mathématiques travaillées. Le dictionnaire peut prendre la forme d'un cahier spécial (individuel ou partagé, papier ou numérique) ou d'une affiche dans la salle. Il est complété par les élèves au fil du travail, des sollicitations de l'enseignant ou des difficultés rencontrées.

Comme on l'a vu ci-dessus avec le mot « milieu » dans le texte de ce document, les mots, y compris ceux qui ont une acception technique pour une discipline, ont des sens variés à l'école et dans la langue courante. Cette activité peut être menée en collaboration avec l'enseignant de français, et avec les autres enseignants de la classe (usage de documents numériques partagés).

plutôt que ---	--- dire
• un nombre à virgule	• un nombre décimal
• j'additionne des chiffres	• en calcul avec les nombres j'additionne des nombres
• une croix	• un point
• un coin	• un angle
• point alignés sur une droite	• points alignés ou points appartenant à une même droite
• je pique le compas sur... j'écarte le compas...	• je trace la circonférence... et de rayon...
• un rectangle allongé, un triangle penché	• un rectangle, un triangle
• un nombre infini	• un nombre non décimal
• une ligne, un trait	• une droite

Ci-dessus, un travail sur les expressions utilisées dans un contexte mathématique (en 6^e).

À titre d'exemple, dans la partie des programmes traitant de l'enseignement du français au cycle 4, on trouve la proposition d'EPI suivant : « Travail sur le lexique scientifique »

Ressources bibliographiques

Dans la classe

- Baudart F. (2011) [Enjeux langagiers et cognitifs d'une séquence de mathématiques en 6^e](#), Carmal, académie de Créteil
- IREM de Besançon : [Le numérique pour travailler l'oral en mathématiques](#) Travail
- IREM de Montpellier : [Sauter M. \(2000\), Formation de l'esprit scientifique avec les narrations de recherche en cycle central du collège, Repères-IREM n°39.](#)
- IREM de Paris (2002), Expériences de narration de recherche en mathématiques : Les petites Zep... qui montent... qui montent... et qui démontrent, ACL, les Éditions Kangourou.
[Fiche Publimath](#)
- Sur le site Culture Maths : [Narration de recherche en mathématiques](#)
- IREM de Paris : [groupe de travail Léo – Langage, écrit, oral](#)
- IREM de Rennes : [l'enseignement de la démonstration](#)
- Petit S. et Camenisch A. (2007) [La formation savante des mots en mathématiques](#), Bulletin APMEP n°470, Paris
- Petit S. et Camenisch A. (2007) [Projets d'écriture en mathématiques](#), actes du 33^e colloque de la COPIRELEM, Dourdan

En français

- Baudart F., Faure M. F., Galisson V., et Piccolin L. (2002). De surprises en découvertes, mathématiques & français, collège, Repères pour Agir, CRDP de Créteil.
Le rôle primordial du langage dans l'élaboration des savoirs, la façon de construire une séquence pédagogique sont analysés par des enseignants de mathématiques et de français.
[Fiche PubliMath](#)
- Groupe Maths-Français de l'IREM de Strasbourg (2000). Un travail interdisciplinaire en français et mathématiques. [Repères-IREM n°38](#), Topiques Éditions.
- Cèbe S. et Goigoux R. (2012) Lector & Lectrix, Apprendre à comprendre les textes - Collège, Éditions Retz.
- [Apprendre à comprendre les textes](#), manuel de français innovant pour un enseignement de la compréhension des textes en cours de français.

Documents institutionnels

- [Communiquer à l'écrit et à l'oral](#), Ressource d'accompagnement du programme de mathématiques du cycle 4, 2016.
- [Raisonner](#), Ressource d'accompagnement du programme de mathématiques du cycle 4, 2016.
- [Notations et raisonnement mathématiques](#), Ressource d'accompagnement du programme de mathématiques de la seconde générale et technologique, 2009.
- [Raisonnement et démonstration](#), Ressource d'accompagnement des anciens programmes de mathématiques au collège, 2009.
- [Document d'application de l'ancien programme de mathématiques du cycle des approfondissements de l'école primaire](#), 2002.
- [La maîtrise de la langue au collège](#), CNDP (1998)

Généralités, recherche

- Barrier T., Mathé A. C. (dir.) (2014). Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques, Spirale n°54, Revue de Recherches en Education.
- Ce numéro vise à éclairer, du point de vue de la recherche, le rôle du langage dans les processus d'enseignement et d'apprentissage en mathématiques tant dans la construction des connaissances par les élèves que dans l'organisation de l'enseignement.
[Fiche Publimath](#)
- Baudart F. (2011). [Monde de l'oral et monde de l'écrit en mathématiques](#), Le français aujourd'hui n°174, Armand Colin.
Cet article présente l'apport des mathématiques dans la maîtrise de la langue au travers d'exemples concrets de situations de collège.
- Bessonnat D. (1998). [Maîtrise de la langue et apprentissages disciplinaires](#), Approches transversales au collège en France, Revue internationale d'éducation de Sèvres n°19.
Cet article expose les enjeux de la maîtrise de la langue et son articulation avec les apprentissages disciplinaires, en présentant de manière synthétique les principaux résultats de la recherche dans le domaine et les implications pédagogiques et didactiques.
- Bonnery S. (dir.) (2015) Supports pédagogiques et inégalités scolaires : études sociologiques, La dispute "L'enjeu scolaire", Paris
Regards de chercheurs sur les supports pédagogiques proposés aux enseignants, entre autre du point de vue de leur complexité cognitive et langagière.
- Charlot B. Bautier E. et Rochex Y. (1992). École et savoirs en banlieue et ailleurs. Paris : Armand Colin
Au départ de cette recherche, la question suivante (« bilan de savoir ») posée à des enfants d'origine sociale variée : « J'ai ... ans. Depuis que je suis né, j'ai appris beaucoup de choses, chez moi, à l'école, dans la cité, ailleurs. Qu'est-ce qui est important pour moi dans tout ça ? Et maintenant, qu'est-ce que j'attends ? ».
- Hache C. (2015). Pratiques langagières des mathématiciens. Une étude de cas avec « avec », [Petit x n°97](#), IREM de Grenoble.
Exemple d'analyse des interactions entre formalisme et langue naturelle dans les pratiques langagières des mathématiciens et en classe (manuels de collège, classe de 1eS).
- Laborde C. (1975). [Un langage de prononcés de formules en mathématiques](#), Revue française de pédagogie n°33, INRP
Cet article s'intéresse notamment à la formulation orale des expressions symboliques mathématiques.
- Lahanier-Reuter D. (1998). La description en mathématiques. Quelques problèmes posés par les descriptions géométriques, Pratiques n° 99, numéro spécial : la description.
- Lahanier-Reuter D. (2007). Récits dans la classe de mathématiques, Pratiques n° 133/134, numéro spécial : récits et disciplines scolaires.
- Laparra M. et Margolinas, C. (2009). [Le schéma : un écrit de savoir ?](#), Pratiques n° 143-144, numéro spécial : les écrits de savoir.
- Pluinage F. (2000). Mathématiques et maîtrise de la langue, [Repères-IREM n°39](#), Topiques Éditions.
- Vergnaud G. (1991). [Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques](#), Revue Française de Pédagogie n°96
Cet article montre que le langage naturel et le symbolisme jouent un rôle essentiel dans l'activité mathématique et dans l'apprentissage des mathématiques.

Dictionnaires

- Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales (Cnrtl) : [Dictionnaire en ligne](#), étymologie, proxémie, etc.
- Rey A. (dir.) (2012) Dictionnaire historique de la langue française, Le Robert. Dictionnaire historique de référence.
- Rey-Debove J. (dir) (2004) Brio, dictionnaire général et morphologique, Le Robert.
Ce dictionnaire propose une analyse comparative des mots permettant la mise en évidence des éléments qui les composent.
- Rigny A. et López P. (2014) Parlez-vous maths ? Le langage mathématique dans tous ses états, EDP Sciences, Hors Collection.
Dictionnaire « français-maths » écrit par deux professeurs de mathématiques confrontés aux difficultés rencontrées par leurs étudiants.
- Hauchecorne B. (2003). Les Mots et les Maths, dictionnaire historique et étymologique du vocabulaire mathématique, Ellipses.
Ce dictionnaire retrace l'origine et l'histoire de plus de 500 mots utilisés en mathématiques.

Retrouvez Éduscol sur

