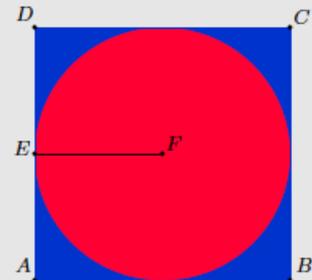


Énoncé : Dans un carré ABCD, on met un disque de centre F ayant un rayon maximum. On calcule ensuite le taux de remplissage en % qui est égal à :

$$\left(\frac{\text{aire du disque}}{\text{aire du carré}} \right) \times 100.$$

Quelle est la valeur du taux de remplissage ? Dépend-elle de la taille du disque ?



Notation : On note $x = AB$

1. Faire une figure dynamique à l'aide du logiciel Geogebra. On attend un carré variable et un disque le plus grand possible à l'intérieur.
2. Faire afficher l'aire du disque, l'aire du carré et la valeur d'une variable égale au taux de remplissage. Faire varier le carré (déplacement, taille, orientation) et émettre une conjecture.
3. a) Pour un carré de côté x , quel est le rayon du disque d'aire maximale en fonction de x ?
b) Déterminer le taux de remplissage pour un carré de côté x et vérifier la conjecture émise précédemment.
4. À présent, on place le point A à l'origine du repère et le point B sur l'axe des abscisses. Simuler l'apparition de 1000 points dans le carré ABCD et compter le nombre de points qui se situent à l'intérieur du disque. (On pourra créer deux curseurs aléatoires a et b qui sont les coordonnées d'un point P aléatoire puis avec une animation on affiche la distance FP dans un tableur).
5. En calculant $\left(\frac{\text{nombre de points aléatoires dans le disque}}{\text{nombre total de points aléatoires}} \right) \times 100$, comparer ce résultat au taux de remplissage obtenu à la question 3). Que remarque-t-on ?

> NIVEAU

Classe de 3^{ème}

> TYPE D'ACTIVITÉS

Activité de synthèse

> MODALITÉS

En TP salle informatique

> DANS LES PROGRAMMES DES NIVEAUX VISÉS

NIVEAU	CONNAISSANCES	CAPACITÉS
Classe de 6 ^{ème}	<p>Grandeurs et mesure</p> <p>Géométrie</p> <p>Figures planes</p> <p>Aires : mesure, comparaison et calcul d'aires</p>	<p>Savoir que, pour un cercle : tout point qui appartient au cercle est à une même distance du centre et réciproquement.</p> <p>Différencier périmètre et aire.</p> <p>Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un disque.</p>
Classe de 5 ^{ème}	<p>Géométrie</p> <p>Figures planes</p>	<p>Connaître et utiliser une définition et les propriétés d'un carré.</p>
Classe de 3 ^{ème}	<p>Organisation et gestion de données, fonctions</p> <p>Notion de probabilité</p> <p>Nombres et calculs</p> <p>Écritures littérales</p>	<p>Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité (abordées à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières).</p> <p>Utiliser sur des exemples l'égalité $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.</p>

> AIDE À LA MISE EN ŒUVRE

Place possible dans la progression

Dans le cadre de notions de probabilités.

Scénario possible :

- Les questions **1.** et **2.** peuvent être proposées comme travail en temps libre (le mettre par exemple dans une ressource Labomep ou communication par mél). Une correction vidéoprojetée pourrait être envisagée avec un bilan sur les constructions réalisées par chaque élève.
- Dans la question **3.** on peut demander aux élèves de calculer le taux de remplissage par un calcul littéral puis commencer la prochaine séance en salle informatique par un calcul formel et finir par montrer le résultat au tableau à l'aide du calcul littéral.
- Les questions **4.** et **5.** permettent d'introduire une simulation. Ce travail sera effectué en salle informatique avec l'aide du professeur.

Aide à l'utilisation du logiciel :

- Pour la question **3.** : dans la fenêtre de calcul formel on saisit $(\pi \cdot (x/2)^2) / x^2$ et en validant on obtient sur la deuxième ligne $\frac{\pi}{4}$.
- Pour la question **4.** : dans le champ de saisie on tape $A=(0,0)$ puis on place B comme point libre sur l'axe des abscisses.

Après avoir complété la figure, on crée une variable $\text{rayon}=\text{distance}[E,F]$ puis deux curseurs g et h aléatoires allant de 0 à $2 \cdot \text{rayon}$.

En revenant au champ de saisie, on crée un point $P=(g,h)$ et une variable $l=\text{distance}[F,P]$.

Dans la fenêtre algèbre, en cliquant droit sur les deux curseurs, on sélectionne **Animer**, puis dans la fenêtre graphique on arrête l'animation grâce aux boutons « Animer/Pause ».

Maintenant on enregistre la variable l par clique droit dans la fenêtre algèbre et on choisit **enregistrer dans tableur**. On active aussi la trace du point P .

En revenant à la fenêtre graphique, on active l'animation des deux curseurs et on observera simultanément les différentes positions du point P et l'enregistrement des valeurs de FP dans le tableur.

On observera dans la fenêtre graphique l'animation suivante :

Pour calculer le nombre de points dans le disque on saisit :

`nbpointsdisque=nbsi[x<=rayon,A2:A1001]`.

Remarque : Pour augmenter la vitesse d'affichage des points simulés dans la fenêtre graphique et donc leurs coordonnées dans le tableur, on diminue la valeur d'incrémentation des curseurs *g* et *h*. On pourra par exemple, mettre 0,01 au lieu de 0,1 qui est toujours proposée par défaut.

➤ ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE OU TECHNOLOGIQUE	CAPACITÉS SUSCEPTIBLES D'ÊTRE ÉVALUÉES EN SITUATION
Rechercher, extraire et organiser l'information utile.	- Extraire les informations utiles à partir d'un document, d'une figure.
Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.	- Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour réaliser des calculs.
Raisonnement, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.	- Établir le lien entre un résultat théorique et une conjecture obtenue.
Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.	Expliquer la démarche suivie et les conclusions à l'oral puis à l'écrit.