

MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Objectifs

La proportionnalité est une notion autour de laquelle peuvent être pensés et organisés de nombreux apprentissages mathématiques. Sa maîtrise est essentielle pour un usage dans la vie courante, dans diverses disciplines ou dans le cadre professionnel. Son apprentissage s'inscrit dans la durée.

Dès le cycle 3, l'élève a enrichi le champ des problèmes multiplicatifs en rencontrant des situations contextualisées relevant de la proportionnalité. Il a résolu des problèmes de prix, de consommation, de recettes en utilisant différentes procédures (propriétés d'additivité et d'homogénéité de la proportionnalité, passage par l'unité), essentiellement dans le cadre des grandeurs. Il a enfin appris à repérer des situations relevant ou ne relevant pas de la proportionnalité.

Ce travail se poursuit au cycle 4. L'élève est capable de choisir la procédure la plus adaptée à la situation à laquelle il est confronté pour calculer une quatrième proportionnelle. Il sait représenter dans un cadre graphique une situation de proportionnalité. Il mobilise la proportionnalité dans différents contextes : liés aux grandeurs, à la vie courante ou aux autres disciplines, ou encore dans des situations décontextualisées internes aux mathématiques.

Le travail sur les pourcentages occupe une place privilégiée dans le cadre de la proportionnalité. Les situations proposées amèneront en particulier les élèves à :

- appliquer un pourcentage (par exemple un taux de TVA sur un prix) ;
- calculer un pourcentage (par exemple traduire une proportion en pourcentage ou calculer un pourcentage d'augmentation).

Des situations numériques simples relevant de la proportionnalité donnent l'occasion de travailler le calcul mental afin de construire et renforcer des automatismes.

Le tableur et le grapheur constituent des outils utiles pour la résolution de certains problèmes.

Liens avec les domaines du socle

Outre les domaines 2 et 4 qui font explicitement référence aux mathématiques, la résolution de problèmes de proportionnalité s'inscrit aussi largement dans les autres domaines. Les mathématiques participent à la maîtrise de la langue française. Elles offrent de nombreuses occasions pour le développement de compétences langagières en élargissant le répertoire lexical des élèves, en favorisant les situations de communication orale et écrite.

L'élève peut combiner avec pertinence et de façon critique les informations explicites et implicites issues de sa lecture (domaine 1.1).

Etudier des relations entre deux grandeurs mesurables permet d'effectuer de manière efficace certains calculs en utilisant un langage mathématique adapté (domaine 1.2).

La formation de la personne et du citoyen est largement convoquée dans l'interprétation des proportions, qui fait appel à la réflexion et au discernement (domaine 3.3).

La maîtrise des pourcentages est un outil indispensable pour comprendre les représentations du monde et l'activité humaine (domaine 5).

Progressivité des apprentissages

Apprendre à mobiliser la proportionnalité pour résoudre un problème est un travail entamé au cycle 3, où l'on a rencontré la notion de « fois plus ou fois moins ». Cette approche est élargie dès le début du cycle 4, et sur toute sa durée. Les apprentissages relatifs à la proportionnalité ne se réduisent pas à la simple acquisition de techniques de calcul. Ils concourent à la construction du sens des nombres. Ainsi l'égalité de deux fractions peut être mise en relation avec le produit en croix.

L'élève met en œuvre progressivement différents moyens de calculer une quatrième proportionnelle. Les propriétés d'additivité, puis d'homogénéité peuvent être travaillées dès le début du cycle, avec un coefficient d'homogénéité entier en début d'apprentissage, puis décimal ou fractionnaire. La propriété de linéarité est plus complexe à mettre en œuvre, puisqu'elle est peut faire intervenir des changements d'unités (passage d'une masse à un prix, par exemple) et pourra être travaillée à partir du milieu de cycle.

L'élève décide si une situation relève de la proportionnalité ; il construit et complète un tableau de proportionnalité. En fin de cycle, la fréquentation des fonctions linéaires et affines, du théorème de Thalès et des homothéties lui permet de varier les points de vue en apportant un nouvel éclairage sur les situations de proportionnalité.

Les situations proposées sont riches et variées afin de donner du sens et de l'intérêt à l'utilisation de la proportionnalité. Un travail régulier mettant en jeu des situations de proportionnalité accompagne la construction des différents nombres en éclairant leur sens : nombres entiers, nombres décimaux, nombres rationnels...

Stratégies d'enseignement

Tout au long du cycle, l'enseignant outille peu à peu les élèves avec un jeu de procédures variées (additivité, homogénéité, passage à l'unité, coefficient de proportionnalité). Il les incite à les comparer au travers de la résolution d'un problème afin de mettre en évidence la méthode la mieux adaptée. Il ne s'agit pas d'institutionnaliser une méthode « du professeur » avant que l'élève ne lui ait donné du sens et en ait compris l'efficacité.

Pour donner du sens à cette notion, il est important de travailler sur des situations relevant de la proportionnalité mais aussi sur d'autres qui ne relèvent pas de ce modèle.

Retrouvez Éduscol sur



Dans le cadre de la résolution de problèmes, la proportionnalité se prête particulièrement à un travail sur les compétences « représenter » et « modéliser ». La proportionnalité peut être déclinée au sein de différents cadres, non exclusifs les uns des autres, dans différentes situations, contextes ou domaines du socle.

Classiquement, on distingue trois cadres : le cadre des grandeurs, déjà étudié au cycle 3 (on met en relation deux grandeurs telles que masse et prix, masse et longueur, longueur du rayon et périmètre d'un cercle, vitesse et durée...), le cadre numérique (on s'intéresse uniquement aux relations entre nombres) et le cadre graphique (on représente la relation entre les grandeurs ou entre les nombres dans un système d'axes gradués). Un objectif de la fin du cycle 4 est que l'élève sache passer d'un cadre à un autre dans une résolution de problème.

Dans un contexte numérique, l'enseignant peut :

- s'appuyer sur les acquis du cycle 3, principalement sur la résolution des problèmes impliquant la proportionnalité en effectuant un retour à l'unité ;
- travailler les autres méthodes de détermination d'une quatrième proportionnelle, en dégageant les avantages et les inconvénients de chacune d'entre elles :
 - les propriétés d'additivité et d'homogénéité d'un tableau de proportionnalité ;
 - le coefficient de proportionnalité ;
 - le « produit en croix » ;
 - la « règle de trois ».

On développe chez l'élève un sens critique quant au choix de la méthode la plus appropriée, selon les données fournies (*retour à l'unité donnant un nombre non décimal*) ou la question posée (*faut-il trouver une valeur manquante ou plusieurs ?*)

L'enseignant peut relier travail sur les pourcentages et sur la proportionnalité :

- appliquer ou calculer un pourcentage ;
- traduire une évolution en pourcentages.

Dans un contexte géométrique, l'enseignant peut :

- s'appuyer sur les acquis du cycle 3 pour exploiter le lien de proportionnalité entre le périmètre d'un polygone régulier et la longueur du côté ;
- présenter les agrandissements-réductions de figures planes sous l'angle de la proportionnalité ;
- travailler sur les échelles ;
- interpréter dans le cadre de la proportionnalité les relations qui découlent de l'utilisation du théorème de Thalès.

Le travail sur les périmètres, les aires et les volumes met en évidence que toutes les situations ne relèvent pas de la proportionnalité.

Dans un contexte mêlant géométrie et algèbre, l'enseignant peut :

- modéliser, par un graphique dans un repère, une situation de proportionnalité ;
- analyser une représentation graphique pour déterminer si elle relève ou non de la proportionnalité ;
- placer l'étude des fonctions linéaires dans le cadre de la proportionnalité : les élèves reconnaissent le coefficient de la fonction linéaire comme un coefficient de proportionnalité.

Quand la situation s'y prête et lors d'un travail sur les points précédents, l'enseignant peut utiliser les outils numériques :

- les tableurs-grapheurs pour :
 - compléter un tableau de proportionnalité en recopiant une formule ;
 - représenter graphiquement une situation modélisée par des valeurs numériques ;
- les logiciels de géométrie dynamique pour :
 - mesurer des côtés puis reporter des mesures dans un tableur ;
 - construire la courbe d'une fonction linéaire ;
 - faire agir des homothéties sur des figures.

Ainsi, au fil des situations rencontrées en classe, l'élève peut :

- analyser le problème et s'interroger sur la validité du modèle proportionnel ;
- choisir un cadre, numérique ou graphique ;
- réinvestir la proportionnalité pour éclairer une nouvelle notion (par exemple le théorème de Thalès, les fonctions linéaires).

Différenciation

L'enseignement curriculaire visé par les programmes amène à concevoir le collège dans un principe de plus large inclusion. Il s'agit de prendre l'élève tel qu'il est, de l'accompagner dans son parcours personnel. Cela passe par une prise en compte de l'hétérogénéité de la classe, une différenciation et une diversification des apprentissages.

Pour cela :

- l'enseignant analyse la nature des erreurs commises par les élèves pour les aider à les surmonter. Il peut faire évoluer un certain nombre de variables didactiques en liaison avec les difficultés éventuellement rencontrées : identification des grandeurs, identification d'une situation de proportionnalité ou non¹, choix de la procédure de résolution, mise en œuvre de cette procédure ;
- l'enseignant confronte les élèves à des situations relevant de cadres et de contextes différents.

Parmi les variables didactiques sur lesquelles on peut jouer dans le cadre d'une différenciation pédagogique, on peut citer la nature des nombres entrant en jeu ou leur rapport, le nombre de couples proposés, les situations et les contextes, ou encore l'échelle d'agrandissement ou de réduction (les grandes échelles étant plus faciles à utiliser que les petites).

Exemples de situations d'apprentissage

Classes de problèmes

- Reconnaître ou compléter un tableau de proportionnalité.
- Utiliser un coefficient de proportionnalité.
- Déterminer une quatrième proportionnelle, en particulier dans des situations liées à d'autres disciplines, éventuellement dans le cadre d'une activité de calcul mental.
- Appliquer ou déterminer un pourcentage en particulier dans un contexte économique.

Retrouvez Éduscol sur



1. Certains élèves font la confusion courante entre grandeurs proportionnelles et grandeurs liées ou entre proportionnalité et variations dans le même sens ou encore supposent que tout tableau est un tableau de proportionnalité.

- Utiliser ou déterminer une échelle d'agrandissement et de réduction, en particulier en lien avec la SVT, la géographie ou la technologie.
- Représenter graphiquement une situation de proportionnalité, mais aussi des situations de non proportionnalité.
- Utiliser le théorème de Thalès et faire le lien avec la proportionnalité.
- Repérer, à l'aide de logiciels de géométrie, des figures homothétiques.
- Modéliser une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire, c'est-à-dire : donner son expression algébrique, savoir la représenter, l'exploiter afin de répondre au problème posé.
- Utiliser les grandeurs composées ou quotients : calculer une vitesse moyenne, calculer la distance d'un trajet, calculer la durée d'un trajet ; on pourra aussi se reporter au document grandeur et mesure.

Exemples d'activités

Plusieurs exemples de [questions flash](#).

Trois tâches intermédiaires : [croissance d'un chêne](#), [analyse de photographies en lien avec les SVT](#) et [constructions de triangles](#).

Deux activités à prise d'initiative : [production de pétrole](#) et [plan d'une maison](#).

Interdisciplinarité

Le travail sur la proportionnalité rencontre la plupart des thèmes du programme de mathématiques du cycle 4, par exemple au travers de l'utilisation des pourcentages, des échelles, des agrandissements/réductions, des homothéties et du théorème de Thalès.

C'est également un thème qui permet de nombreux liens interdisciplinaires. S'ils peuvent être mis en lumière dans le cadre des enseignements pratiques interdisciplinaires, ces liens méritent aussi d'être signalés dans le déroulement ordinaire des enseignements (en mathématiques et dans l'autre discipline concernée).

En physique, le travail sur la loi d'Ohm peut être mené en vérifiant expérimentalement que la tension aux bornes d'un résistor donné est proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse, le coefficient de proportionnalité définissant la résistance du résistor. D'autres lois physiques au programme du cycle 4 mettent également en jeu la proportionnalité. A contrario, la mise en évidence que l'énergie cinétique n'est pas proportionnelle à la vitesse permet de sensibiliser les élèves aux limites du modèle mathématique de la proportionnalité.

En SVT on pourra de même distinguer des situations de proportionnalité comme la dépendance de l'apport énergétique d'un aliment avec sa masse, de situations qui n'en relèvent pas, par exemple la croissance d'un enfant en fonction de son âge.

En géographie, si le contexte des échelles de cartes est un cadre privilégié pour aborder des situations de proportionnalité, il n'est pas le seul. Ainsi, le rendement par hectare d'un champ de céréales est un exemple concret permettant le réinvestissement de la notion mathématique de coefficient de proportionnalité.

D'autres situations s'y prêtent également : calculs de consommation d'eau ou d'énergie, évolution d'une production industrielle dans le temps, débit de transmission d'une liaison numérique, etc.

Retrouvez Éduscol sur



Ressources complémentaires

Les ressources proposées ci-après constituent des compléments et des approfondissements utiles pour aborder la notion de proportionnalité avec les élèves :

- [proportionnalité au collège](#) : une ressource d'accompagnement des anciens programmes
- [Exemples de vidéos supports pour des situations relevant de la proportionnalité](#)
- [Dossier didactique des mathématiques APMEP n°457](#)
- [L'enseignement de la proportionnalité à la liaison primaire-secondaire in *Recherches en éducation* – rapport final](#)
- [Donner du sens aux mathématiques pour donner envie de réussir](#)

Retrouvez Éduscol sur

