

# RESOLUTION DE PROBLEMES ET DEMARCHE MATHÉMATIQUE

## Déroulement de la formation

Partie I : étude de quatre exercices

Partie II : mise en œuvre d'une résolution de problèmes. Démarche scientifique et spécificités mathématiques.

Partie III : quelques exemples supplémentaires

## Partie I

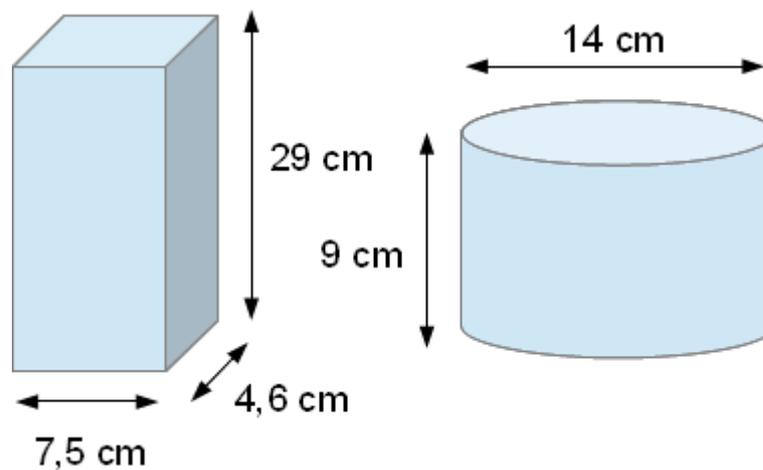
# Etude de quatre exercices

Pour chaque énoncé, à l'aide du document fourni, répondre aux questions suivantes :

1. Quelles sont les connaissances et compétences mises en jeu ?
  
2. Donneriez-vous cet exercice à vos élèves ?
  - Si oui : à quel niveau ? Selon quelles modalités ? Dans quel(s) but(s) ?
  
  - Si non : pourquoi ?

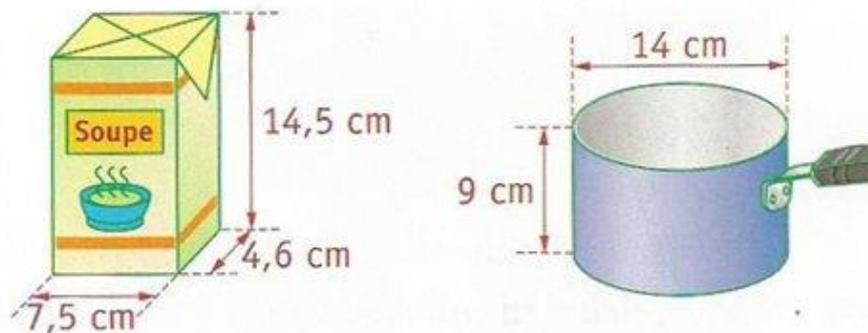
**Énoncé 1 :**

Comparer le volume de ces deux solides



**Enoncé 2 :**

**64** Alix doit réchauffer de la soupe pour le dîner. Elle dispose de plusieurs briques de soupe et d'une casserole.



Alix veut réchauffer deux briques de soupe.  
Doit-elle prévoir une autre casserole ?  
Justifier la réponse.

**Énoncé 3 :**

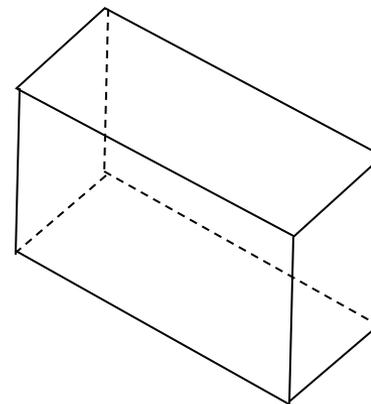
*(Extrait - DNB 2014)*

Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques.

Information 1 : Dimensions des bottes de paille : 90 cm × 45 cm × 35 cm

Information 2 : le prix de la paille est de 40 € par tonne.

Information 3 : 1 m<sup>3</sup> de paille a une masse de 90 kg.



1) Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51 € (arrondi au centime).

Enoncé 4 :

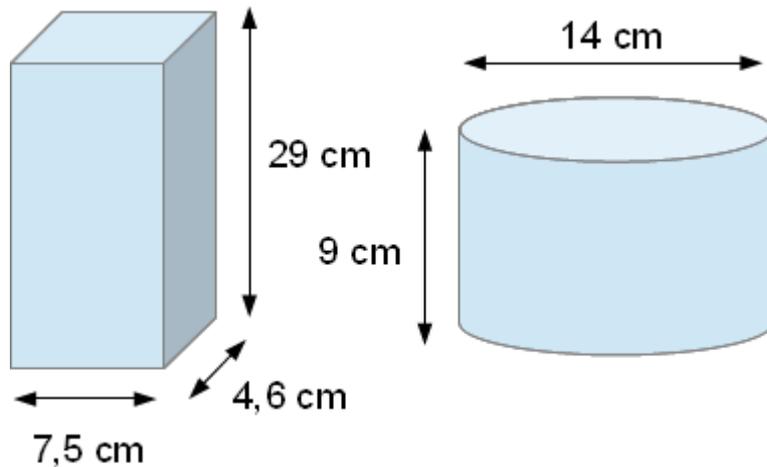


Que pensez-vous de cette publicité ?

**Énoncé 1 :**

**Tâche guidée : calculer les volumes, comparer les résultats.**

**Comparer le volume** de ces deux solides



Connaître les formules de volume :  
 ➤ d'un parallélépipède rectangle ;  
 ➤ d'un cylindre.

Remplacer dans une expression littérale les variables par leurs valeurs.

Utiliser la calculatrice.

Comparer deux nombres entiers très simples : 1000 et 1385.

**Évaluation de Connaissances**

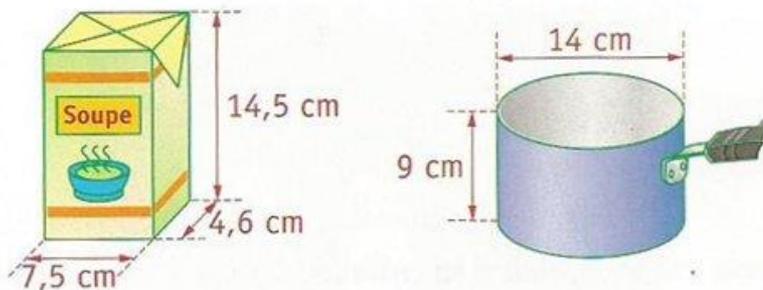
**Compétence 2 : mener un calcul**

**Compétence 1 : repérer les données utiles (en particulier le rayon)**

**Exercice d'application**

**Énoncé 2 :**

**64** Alix doit réchauffer de la soupe pour le dîner. Elle dispose de plusieurs briques de soupe et d'une casserole.



Alix veut réchauffer deux briques de soupe. Doit-elle prévoir une autre casserole ? Justifier la réponse.

L'essentiel des différences : compétence 1

- terme « volume » absent mais très fortement suggéré par cotes des dessins.
- deux briques.

Une seule démarche possible.

**Exercice d'application contextualisé.**

**Énoncé 3 :** (Extrait - DNB 2014)

Calcul volume d'une botte :  $V = 141\,750 \text{ cm}^3$  .

Gestion des unités :  $\text{cm}^3$  et  $\text{m}^3$  ; kg et tonne.

Proportionnalité volume / masse / prix.

Choix sur ordre des calculs uniquement :

Volume d'une botte -> masse d'une botte -> prix d'une botte

ou

Prix d'un  $\text{m}^3$  de paille -> volume d'une botte -> prix d'une botte

**Grandeurs et mesures**

**Proportionnalité**

**Exercice de synthèse**

**complexe : on entre dans le champs des compétences**

**mais aussi compliqué : on doit penser l'évaluation**

**Énoncé 3 :** (Extrait - DNB 2014)

**Du point de vue des compétences**

<p>Évaluation des compétences de résolution de problème :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• C1 Rechercher extraire l'information utile : 1 pt.</li> <li>• C2 Mener un calcul est évalué dans les questions.</li> <li>• C3 Élaborer une stratégie de résolution : 2 pts.</li> </ul>	<p>La qualité de la rédaction sera évaluée dans les 4 points de maîtrise de la langue.</p> <p><b>C1</b> les éléments à prendre en compte sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Le prix d'une tonne de paille.</u></li> <li>• <u>La masse d'un m<sup>3</sup> de paille.</u></li> <li>• <u>Les dimensions des bottes de paille.</u></li> <li>• Les dimensions de la maison.</li> </ul> <p>Avoir utilisé à bon escient trois éléments suffit pour avoir 1 point. Avoir utilisé à bon escient deux éléments rapporte 0,5 point.</p>
<p>Les compétences <u>C1 et C3</u> sont évaluées globalement sur l'exercice.</p>	<p><b>C3</b> : les éléments à prendre en compte sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Faire le lien entre masse et volume OU entre masse et prix</u></li> <li>• S'engager dans le calcul de la superficie du toit (s'engager dans le calcul de JF suffit)</li> <li>• Amorcer une démarche pour calculer le nombre de bottes (le quotient de l'aire du toit par l'aire d'une botte de paille ou la détermination du nombre de bottes de paille sur chaque dimension du toit sont acceptés.)</li> </ul> <p>Avoir montré deux éléments rapporte 2 pts ← Avoir montré un élément rapporte 1 pt</p>

**Une résolution partielle donne la totalité des points sur C1 et C3**

**Énoncé 3 :** (Extrait - DNB 2014)

**La compétence 4 est évaluée globalement sur l'ensemble du DNB**

<p>Évaluation des compétences de résolution de problème :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• C1 Rechercher extraire l'information utile : 1 pt.</li> <li>• C2 Mener un calcul est évalué dans les questions.</li> <li>• C3 Élaborer une stratégie de résolution : 2 pts.</li> </ul> <p>Les compétences C1 et C3 sont évaluées globalement sur l'exercice.</p>	<p><u>La qualité de la rédaction sera évaluée dans les 4 points de maîtrise de la langue.</u></p> <p>C1 : les éléments à prendre en compte sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Le prix d'une tonne de paille.</li> <li>• La masse d'un m<sup>3</sup> de paille.</li> <li>• Les dimensions des bottes de paille.</li> <li>• Les dimensions de la maison.</li> </ul> <p>Avoir utilisé à bon escient trois éléments suffit pour avoir 1 point. Avoir utilisé à bon escient deux éléments rapporte 0,5 point.</p> <p>C3 : les éléments à prendre en compte sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Faire le lien entre masse et volume OU entre masse et prix</li> <li>• S'engager dans le calcul de la superficie du toit (s'engager dans le calcul de JF suffit)</li> <li>• Amorcer une démarche pour calculer le nombre de bottes (le quotient de l'aire du toit par l'aire d'une botte de paille ou la détermination du nombre de bottes de paille sur chaque dimension du toit sont acceptés.)</li> </ul> <p>Avoir montré deux éléments rapporte 2 pts Avoir montré un élément rapporte 1 pt</p>
---	---

**Énoncé 3** : (Extrait - DNB 2014)

En cas d'erreur, on valorisera :

- 0,5 pt la formule du volume (indépendamment des unités)
- 0,5 pt le calcul de la masse
- 0,5 t la connaissance  $1 \text{ T} = 1000 \text{ kg}$
- 0,5 pt les conversions de volume

**La compétence 2 est évaluée de façon plus classique, mais toujours en essayant de valoriser ce qui est fait plutôt que ce qui n'est pas fait.**

**Énoncé 3 :** (Extrait - DNB 2014)

**Copie d'élève :**

$1 \text{ m}^3$  de paille pèse 90 kg

$$x = 90 \times 40 \div 1000$$

$$x = 3,6$$

$1 \text{ m}^3$  de paille coûte 3,6 €

90	$x$
1000	40

Quelle note ?

C1 : l'élève a pris en compte :

- le prix d'une tonne de paille,
- la masse d'un  $\text{m}^3$  de paille.

0,5 point

C3 : l'élève a :

- fait le lien entre masse et prix.

1 point

C2 : l'élève a :

- la connaissance de  $1 \text{ T} = 1000 \text{ kg}$ .

0,5 point

**TOTAL : 2 points  
sur les 4 possibles**

## Un premier bilan

L'énoncé 3, en mettant en jeu autant des compétences que des connaissances, nous fait entrer dans la résolution de problèmes.

Pour l'élève, il pose la question de l'appropriation du sujet, de l'entrée dans sa résolution même partielle.

Pour l'enseignant, il pose la question des attendus et de l'évaluation.

Pour autant peut-on parler de démarche mathématique ?

**Enoncé 4 :**

Que pensez-vous de cette publicité ?



**QUELLE EST LA QUESTION ?**

Critères ?

- esthétique ?
- efficacité ?
- vraisemblance ?

**Débat autour de la « pensée mathématique »**

« Au terme de la scolarité obligatoire, les élèves doivent avoir acquis les éléments de base d'une pensée mathématique. »

*BO n°6 du 28 août 2008- introduction commune*

**Énoncé 4 :**

Que pensez-vous de cette publicité ?



Deux traitements possibles :



En problème ouvert sans  
ressources externes



En tâche complexe avec  
ressources externes

### Énoncé 4 :

En problème ouvert sans ressources externes

#### **Ordres de grandeur mis en avant**



Par expérience et comparaison avec leur propre taille les élèves peuvent faire l'hypothèse d'une hauteur de 1,50 m pour la voiture, ce qui correspond à 1,5 cm sur la photo donnée. (NB : avantage d'une échelle simple et suffisante, que peu d'élèves accepteront de faire, préférant une dimension plus précise)

Hauteur (8,5 cm sur photo) et diamètre (3 cm sur photo) de la citerne, assimilée à un cylindre, donne un volume de 60 000 L.

60 000 L pour 10 000 km suppose alors une consommation de 600 L au 100 km, soit 60 L au 10 km (un plein pour faire Cayenne- Matoury)

### Énoncé 4 :

En problème ouvert sans ressources externes

### **Modalité possible de mise en œuvre**



Appropriation individuelle, premières questions notées par écrit.

Mise en commun des réflexions, on pose le problème, on définit la question.

Résolution en groupes, production d'une affiche, d'un document présentant la démarche et les travaux réalisés.

Seconde mise en commun : analyse et critique des travaux, corrections des erreurs mathématiques, discussion de la pertinence des méthodes mises en œuvre.

### Énoncé 4 :

En tâche complexe avec ressources externes



La démarche reste sensiblement la même mais s'appuie sur des calculs qui se veulent plus précis grâce à la recherche de données externes :

- dimensions de la citerne (éventuellement volume approximatif),
- dimensions de ce type de voiture (fiches techniques sur Internet),
- consommation moyenne de ce type de voiture ...

### Énoncé 4 :

En problème ouvert sans ressources externes

#### **Modalité possible de mise en œuvre**



Appropriation individuelle, premières questions notées par écrit.

Mise en commun des réflexions, on pose le problème, on définit la question.

#### **Liste et répartition des recherches à effectuer pour la prochaine séance.**

Résolution en groupes, production d'une affiche, d'un document présentant la démarche et les travaux réalisés.

Seconde mise en commun : analyse et critique des travaux, corrections des erreurs mathématiques, discussion de la pertinence des méthodes mises en œuvre.

**Énoncé 4 :**

Quels objectifs pour une telle activité ?



Les connaissances mises en jeu sont sensiblement les mêmes que pour l'exercice du DNB :

- proportionnalité (ici à travers la notion d'échelle)
- calcul de volume
- gestion des unités

**Énoncé 4 :**

Quels objectifs pour une telle activité ?

Par contre l'élève est amené à :

- formuler la question, poser le problème
- entreprendre éventuellement des recherches
- faire des choix, des hypothèses, prendre une initiative
- élaborer et mettre en œuvre une stratégie
- présenter sa démarche
- critiquer ses résultats et ceux des autres
- justifier ces choix, argumenter son point de vue

**Les quatre premiers items de la compétence 3 mais d'autres compétences aussi en rapport avec la maîtrise de langue, l'autonomie et l'initiative ...**



On entre dans une démarche scientifique définie par le programme autour de sept moments forts

*(BO n°6 du 28 août 2008 – Introduction commune)*

1. **Le choix d'une situation problème**
2. L'appropriation du problème par les élèves
3. La formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives
4. L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves
5. L'échange argumenté autour des propositions élaborées
6. L'acquisition et la structuration des connaissances
7. La mobilisation des connaissances

**Point de départ mais qui conditionne toute la suite**  
**De la responsabilité de l'enseignant**

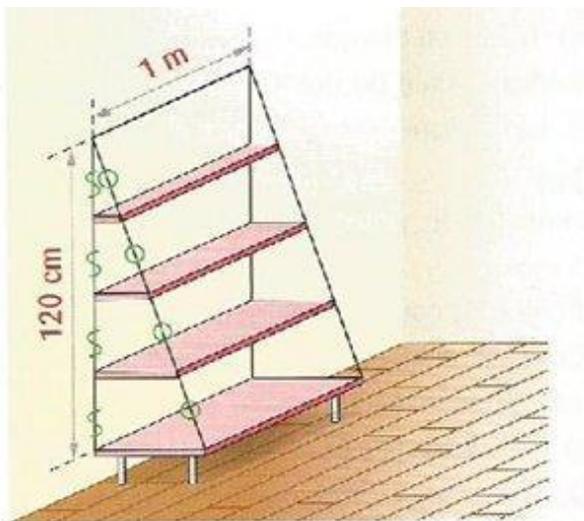
## Partie II

Résolution de problèmes

Démarche scientifique et  
spécificités mathématiques

## Le choix d'une situation problème

Le meuble ci-dessous comporte quatre tablettes régulièrement espacées. Elles sont toutes de forme rectangulaire et de longueur 1 m.  
La tablette la plus basse a une largeur de 50 cm.



Quelle est la largeur de la tablette du haut ?  
Justifier la réponse.

**Objectifs ?**

**Applications successives d'une propriété de la droite des milieux sur étagère du « milieu » puis sur étagère du haut.**

**Exercice d'application en contexte**

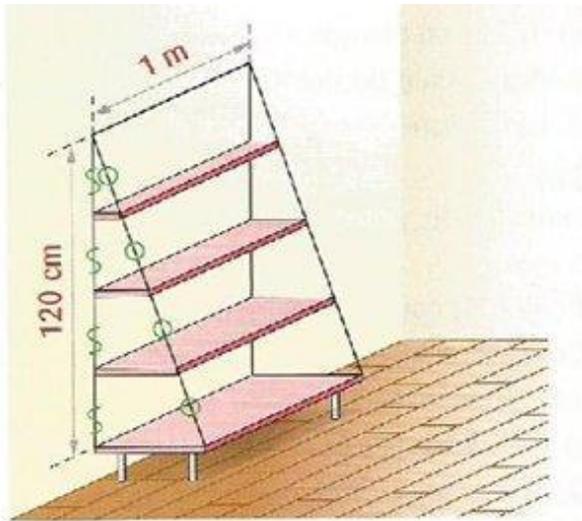


**Situation problème ?**

## Le choix d'une situation problème

Le meuble ci-dessous comporte quatre tablettes régulièrement espacées. Elles sont toutes de forme rectangulaire et de longueur 1 m.

La tablette la plus basse a une largeur de 50 cm.



Quelle est la largeur de la tablette du haut ?  
Déterminer la largeur de chaque tablette.

### Objectifs ?

**Application de la propriété de la droite des milieux**

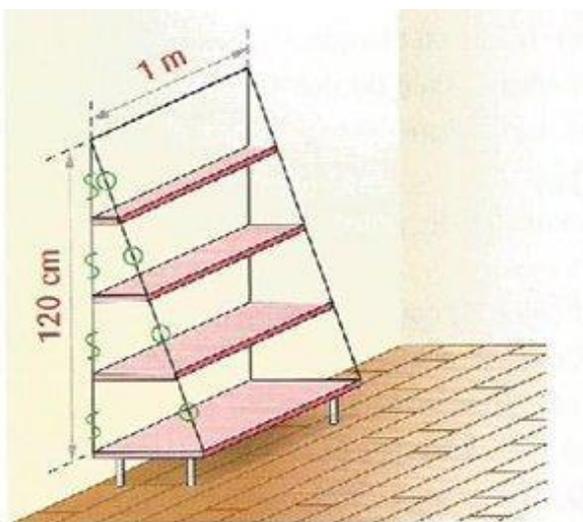
+

**Découverte proportionnalité des longueurs des côtés des différents triangles**

**Nouveau problème : la troisième étagère en partant du haut.  
Le reste est inchangé.**

## Le choix d'une situation problème

Mais pour quels attendus ?



Le calcul de la largeur des étagères du milieu et du haut – droite des milieux.

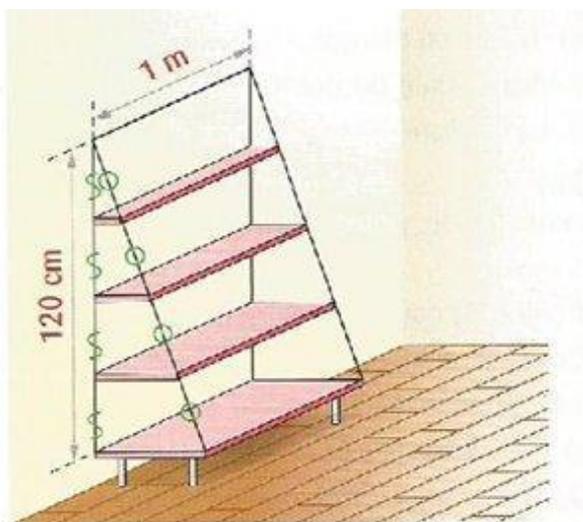
*Travail personnel, à la maison, en devoir ...*

La construction d'un tableau qui sera à priori supposé relevant de la proportionnalité :

30	60	90	120
12,5	25	?	50

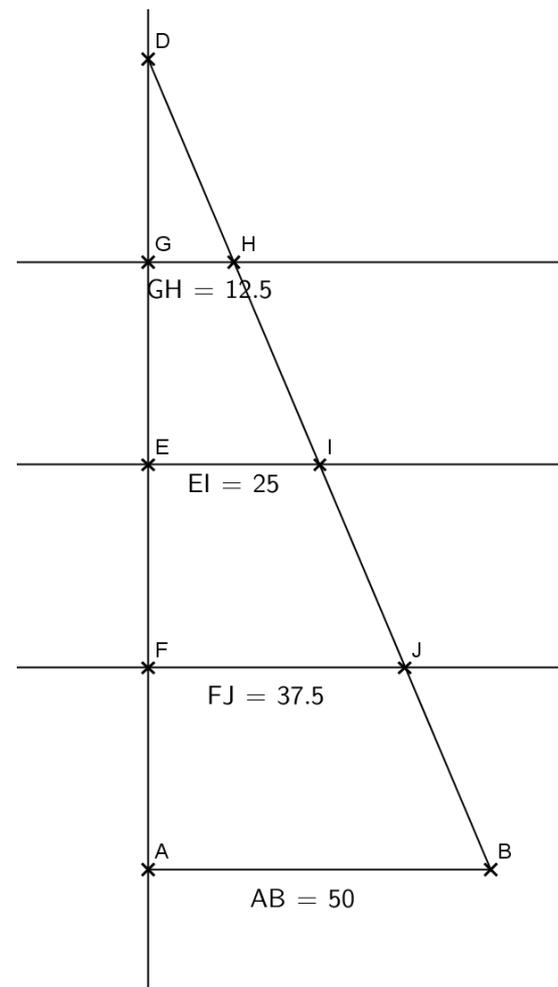
## Le choix d'une situation problème

Quels attendus ?



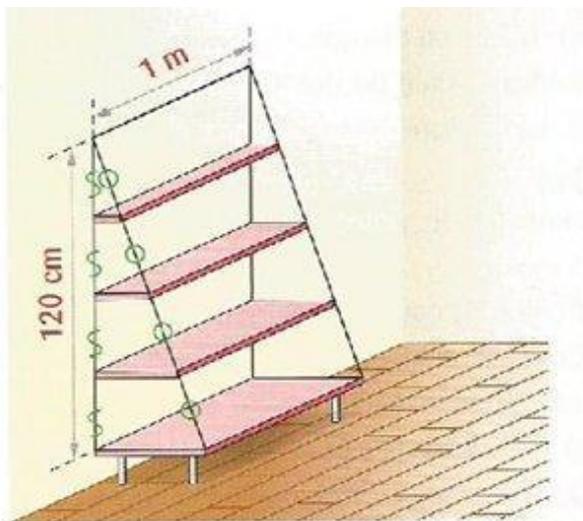
La réalisation d'un dessin sur papier ou au moyen d'un logiciel de géométrie dynamique donnant directement la largeur souhaitée, éventuellement pour étayer une hypothèse de proportionnalité.

**Rôle des TICE et plus généralement des outils fournis dans phase d'appropriation et d'exploration**



## Le choix d'une situation problème

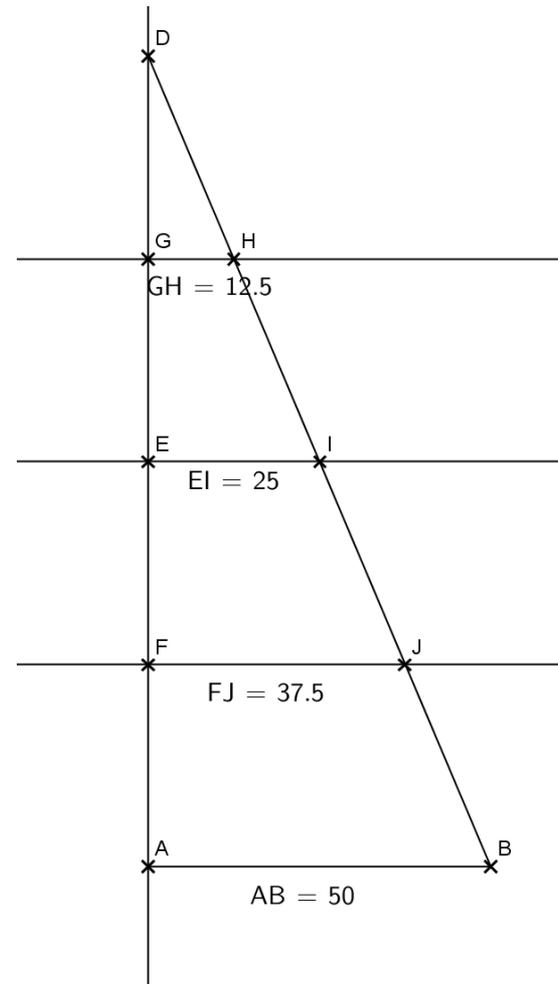
Quels attendus ?

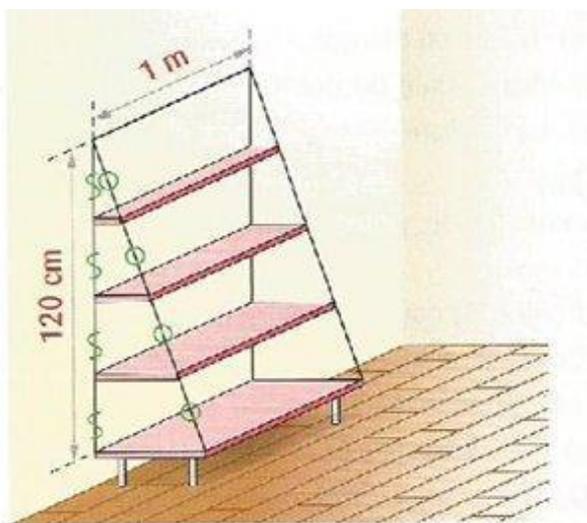


Un calcul par applications successives du théorème de Pythagore :

- dans le triangle DAB pour calculer DB,
- dans le triangle DFJ pour calculer FJ.

**Problème des pré-requis / question de la progression**





## Le choix d'une situation problème

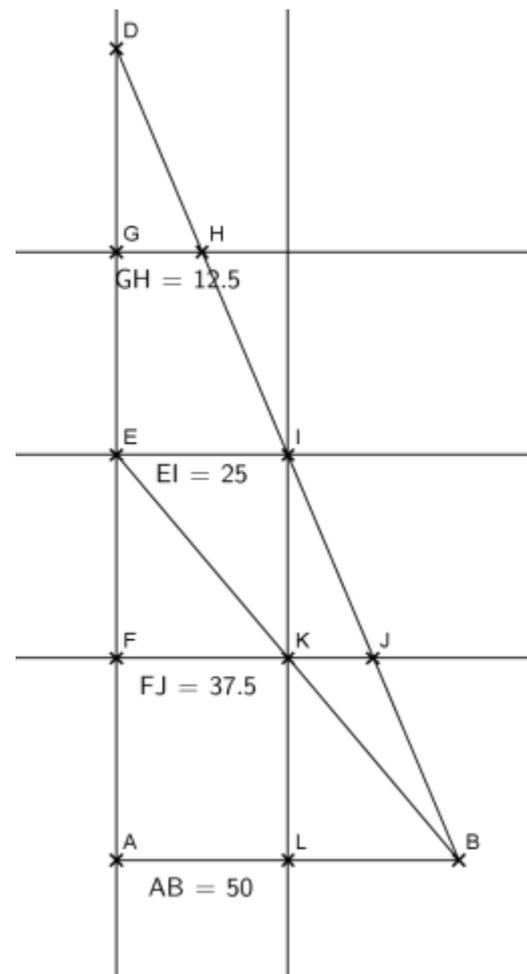
Quels attendus ?

Par raisonnement géométrique :

$$FJ = FK + KJ$$

Droites des milieux, propriétés des rectangles ...

**Problème du rôle de l'élève, de l'enseignant  
Part de chacun**



## Le choix d'une situation problème

- prendre en compte les objectifs visés
- analyser les savoirs en jeu : acquis et conception initiale des élèves
- permettre un démarrage possible pour tous (ie adapté aux niveaux des élèves)
- provoquer des conjectures
- favoriser des démarches diverses

mais aussi :

- choisir les outils mis à la disposition des élèves (TICE, matériel de construction ...)
- penser les modalités de mise en œuvre (phases individuelles, en groupe, collective ...)

### L'entrée dans la démarche :

#### Appropriation du problème, formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives

**TOUT DOIT  
DISPARAITRE**

**LIQUIDATION  
TOTALE**

**Vidéo et télévisions**  
- 40 % + - 20 % = - 60 %

**Petit électroménager**  
- 30 % + - 10 % = - 37 %

**Jusqu'à épuisement des stocks**

Vous effectuez un stage dans un des bureaux de l'ARPP (autorité de régulation professionnelle de la publicité).

L'ARPP a pour but de mener toute action en faveur d'une publicité loyale, véridique et saine, dans l'intérêt des consommateurs, du public et des professionnels de la publicité.

Votre chef de bureau vous a demandé d'étudier la publicité ci-contre.

*Vous devez faire un rapport à votre chef de bureau expliquant si cette publicité est conforme à la loi : c'est-à-dire loyale, véridique et saine. Votre rapport pourra contenir tous les textes, calculs, schémas que vous jugerez utiles de fournir pour sa bonne compréhension.*

*site mathématiques de Guyane / activités*

L'entrée dans la démarche :

Appropriation du problème, formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives



**TOUT DOIT DISPARAITRE**

**LIQUIDATION TOTALE**

**Vidéo et télévisions**  
- 40 % + - 20 % = - 60 %

**Petit électroménager**  
- 30 % + - 10 % = - 37 %

**Jusqu'à épuisement des stocks**

Paradoxe / contradiction



Débat / échanges



Moyens de vérifications ?



Entrée dans la phase de résolution

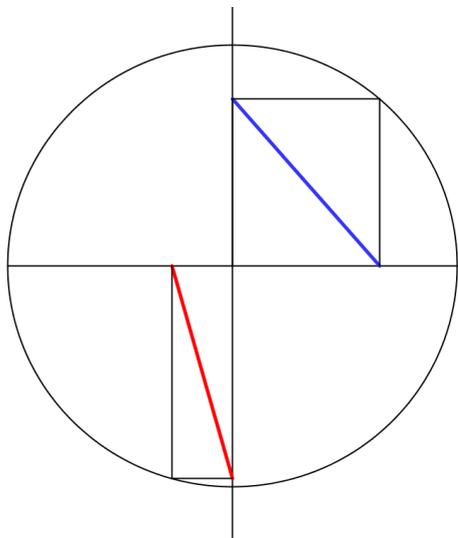
*site mathématiques de Guyane / activités*

L'entrée dans la démarche :

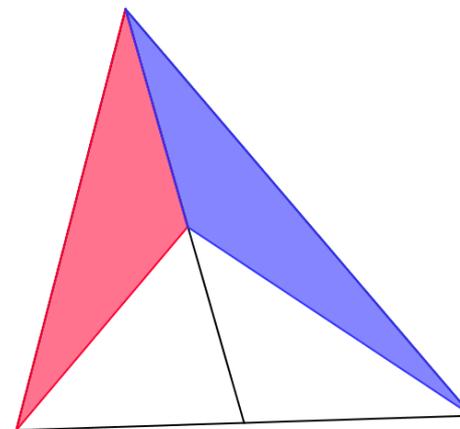
Appropriation du problème, formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives

## Effet « débat »

Autres exemples :



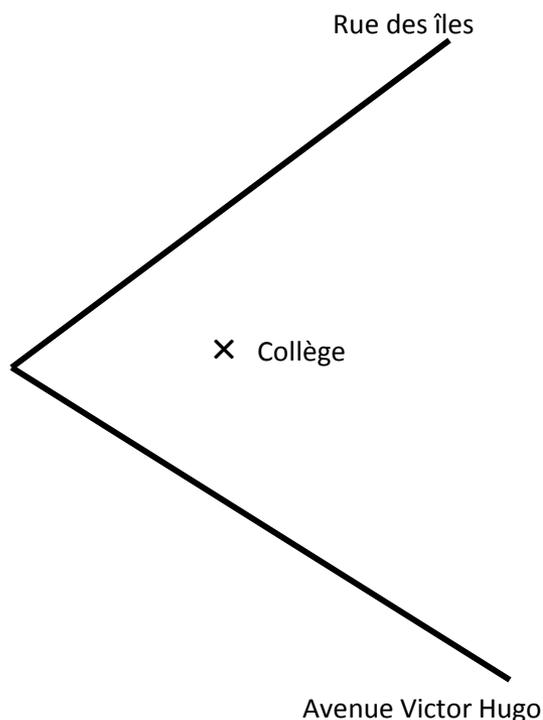
Quel est le segment le plus long,  
le bleu ou le rouge ?



Quel est le triangle de plus grande aire,  
le bleu ou le rose ?

## L'entrée dans la démarche :

### Appropriation du problème, formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives



Sur le plan ci-dessous, on a représenté un collège et les principales rues qui le bordent.

On veut établir deux abribus :

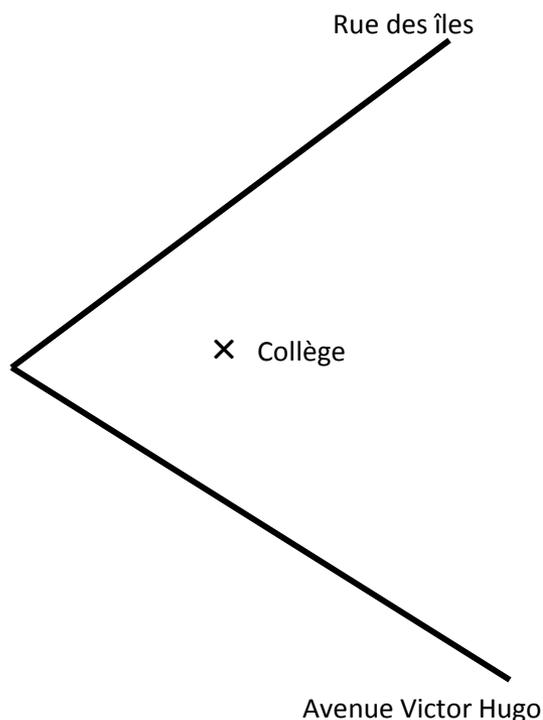
- un, que l'on notera R, sur la rue des îles,
- l'autre, que l'on notera A, sur l'avenue Victor Hugo.

Mais on veut installer ces deux stations de telle sorte que le collège soit au milieu du segment [RA] afin que tous les élèves qui viennent en bus aient la même distance à parcourir quel que soit l'arrêt où ils descendent.

*Document d'accompagnement des TICE 6<sup>e</sup> -4<sup>e</sup>*

### L'entrée dans la démarche :

#### Appropriation du problème, formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives



Recherche sur plan : appropriation de la « complexité » du problème, nombre d'essais



Apport du logiciel de géométrie dynamique qui autorise une approche empirique, par tâtonnement.



Perfectionnement de la méthode par intervention d'un symétrique



Activation de la trace (apport éventuel de l'enseignant) entrée dans la résolution

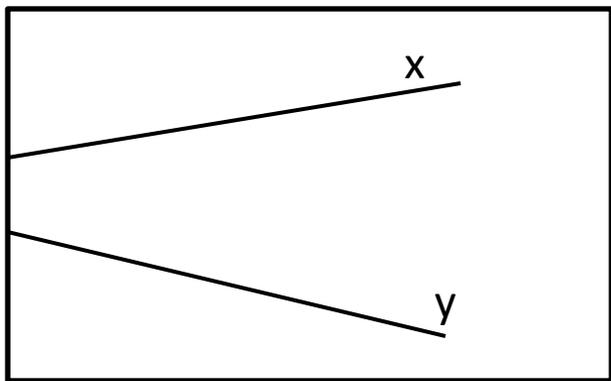
*Document d'accompagnement des TICE 6<sup>e</sup> -4<sup>e</sup>*

L'entrée dans la démarche :

Appropriation du problème, formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives

## Effet « casse tête »

Autres exemples :



Ces deux droites sont sécantes en A.  
Pouvez-vous déterminer une mesure de l'angle  $\widehat{xAy}$  sans prolonger les droites hors du cadre ?

Compléter les égalités :

$$3 \times \dots + 7 \times \dots = 16$$

$$3 \times \dots + 15 \times \dots = 28$$

On considère le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre
Prendre son double
Ajouter 3
Calculer le carré du résultat
Enlever 9

**Rôle similaire d'un instrument de calcul, calculatrice ou tableur, comme moyen d'exploration et de gestion provisoire des difficultés techniques.**

**Partie I :**

1. A l'aide d'un tableur, faire fonctionner le programme avec des nombre entiers positifs.
2. Les affirmations suivantes vous semblent-elles vraies ou fausses ?

Affirmations	VRAI	FAUX
Le programme de calcul ne donne jamais un résultat divisible par 3		
Le résultat est un multiple de 4		
8 est toujours un diviseur du résultat		

**Partie II :**

- On choisit maintenant au départ un nombre quelconque.  
Les affirmations suivantes vous semblent-elles vraies ou fausses ?

Affirmations	VRAI	FAUX
Le programme donne toujours un résultat positif		
Le programme donne 0 pour exactement deux nombres		
Le programme peut donner -10 comme résultat		

## Appropriation du problème

- individuelle pour l'élève, même si elle se fait à l'aide d'échanges collectifs ou au sein d'un groupe.
- nécessite souvent essais, erreurs donc du temps.

## Formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives

- individuelle ou en groupe puis collective, communication à la classe
- orales ou écrites mais doivent poser la question des moyens de leur vérification.

### **L'enseignant a alors un rôle de guide:**

- **il doit veiller à ce que tous entrent dans l'activité**
- **il peut aider : reformuler, recentrer ...**
- **il peut susciter le questionnement**
- **mais ne doit suggérer ni les réponses, ni les stratégies**

**Dès cette phase il peut prendre connaissance des difficultés, des lacunes.**

## L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves

Quelle solution proposeriez-vous à vos élèves pour ces deux problèmes ?

Problème 1 :

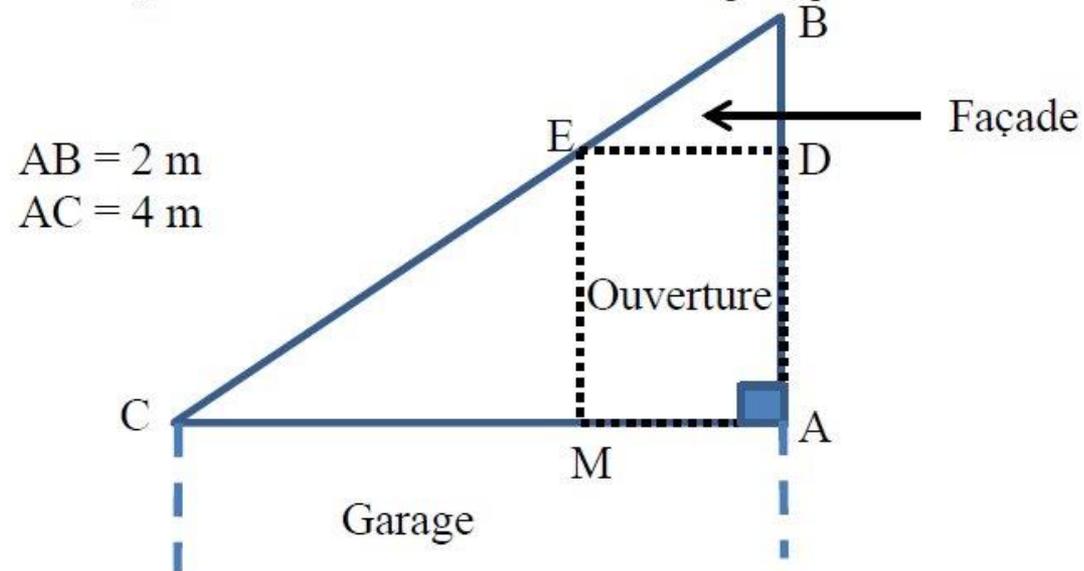
Quel est le dernier chiffre de 2 puissance 50 ?

*Ressource pour les classes de 6<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> du collège  
Raisonnement et démonstration - DGESCO*

L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves

Problème 2 :

Le propriétaire d'une maison souhaite réaliser une ouverture rectangulaire dans la façade au-dessus de son garage pour aménager les combles. Il souhaite que cette ouverture ait une surface égale à la moitié de la surface de la façade ABC située au-dessus du garage.



*Sujets EPM 3<sup>ème</sup> Guyane / 2011- 2012*

L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves

Problème 1 : Quel est le dernier chiffre de 2 puissance 50 ?

Des exemples de solutions élèves :

III / Pour que le calcul soit plus simple, je fais :

$$\begin{array}{r}
 2^{25} \times 2^{25} = 33554432 \\
 \times 33554432 \\
 \hline
 \dots 4 \\
 \dots 0 \\
 \dots 00
 \end{array}$$

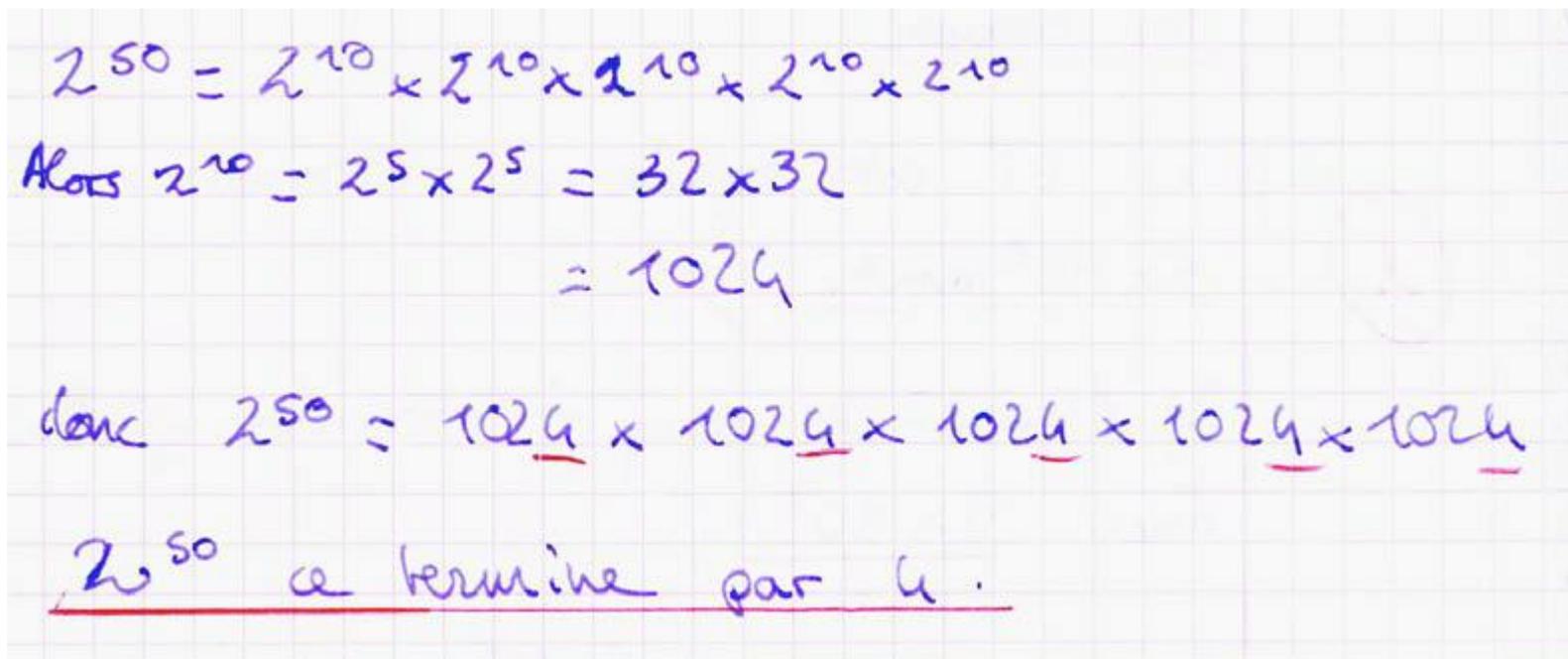
$2^{50}$  se fini par 4

Ressource pour les classes de 6<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> du collège  
Raisonnement et démonstration - DGESCO

L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves

**Problème 1** : Quel est le dernier chiffre de 2 puissance 50 ?

Des exemples de solutions élèves :



$$2^{50} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$$

$$\text{Alors } 2^{10} = 2^5 \times 2^5 = 32 \times 32$$

$$= 1024$$

$$\text{donc } 2^{50} = \underline{1024} \times \underline{1024} \times \underline{1024} \times \underline{1024} \times \underline{1024}$$

$2^{50}$  se termine par 4.

Ressource pour les classes de 6<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> du collège  
Raisonnement et démonstration - DGESCO

## L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves

Des exemples de solutions élèves :

III  $2^{50} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$

Puisque il n'y a que le dernier chiffre qui nous intéresse, se multiplie que les derniers chiffres entre eux.

$= 1020 \times 1020 \times 1020 \times 1020 \times 1020.$

10 x 10 x 4

30 x 4

20

$2^{50}$  se termine donc par un 4.

Ressource pour les classes de 6<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> du collège  
Raisonnement et démonstration - DGESCO

**L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves**

**Problème 2 : solution proposée**

**II. Partie démonstration**

- 1) On pose  $AM = DE = x$ . Exprimer  $EM$  en fonction de  $x$ .

Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre démonstration.

- 2) Calculer l'aire de  $AMED$  en fonction de  $x$  et montrer que résoudre le problème revient à résoudre l'équation :  $x^2 - 4x + 4 = 0$ .

Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre réponse.

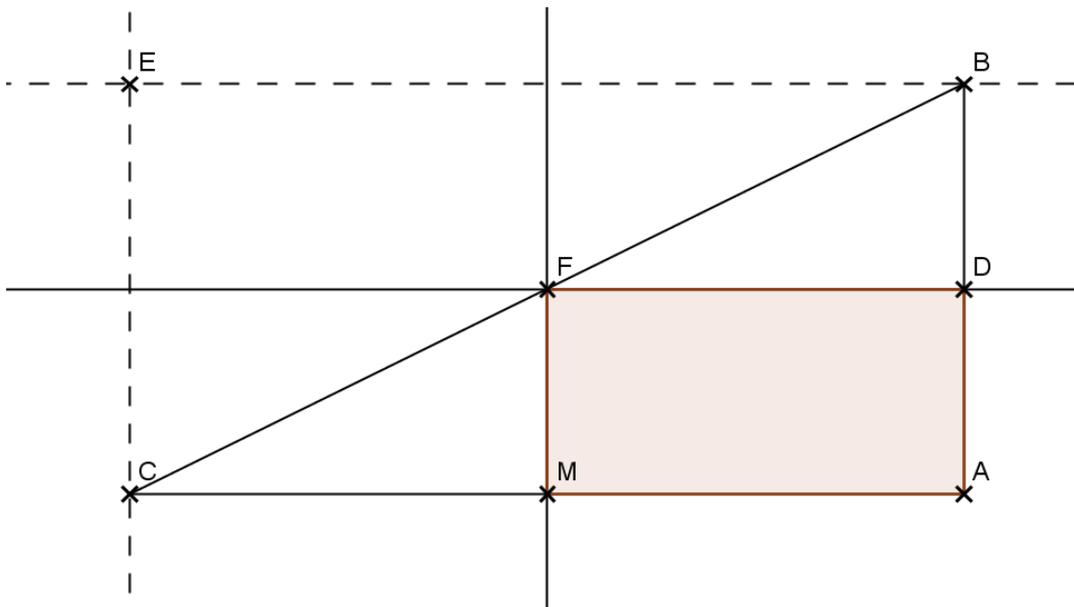
- 3) Vérifier votre conjecture.

Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre réponse.

L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves

Problème 2 :

Une solution proposée à l'oral par un élève lors de l'EPM :



« le triangle ABC, c'est la moitié du rectangle ABEC. Donc pour avoir la moitié de la moitié c'est le quart du rectangle. »

## **L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves**

- moment de débat interne au sein d'un groupe.
- nécessite la mise en œuvre de connaissances, de techniques, de procédures.

### **L'enseignant doit se limiter à un rôle d'observateur:**

- **il doit veiller à ce que tous travaillent**
- **il peut éventuellement apporter un coup de pouce technique sur l'utilisation de tel ou tel outil, renvoyer à une leçon, un exercice du cahier**
- **il peut mettre en évidence une erreur qui « bloque » les élèves**
- **il peut prendre connaissance des difficultés, des lacunes**
- **mais il doit accepter l'ensemble des démarches et stratégies mises en place.**

## L'échange argumenté autour des propositions élaborées

### Lancers de dés

« Si je dois parier sur la somme des points obtenus lorsque je lance deux dés à 6 faces (numérotées de 1 à 6) non truqués, quelle valeur faut-il que j'annonce avant le lancer pour avoir le plus de chance de gagner ? »

***Expliquez votre démarche.***

Quelle évaluation peut-on faire des trois copies d'élèves présentées ?

Comment utiliser ces travaux dans une phase de restitution et d'échanges en classe ?

Le dé →

les faces du dé =

Dans un casino

On a jette 10 fois, les 2 des qui ont chaque un 6 faces

On voit qu'il est impossible de parier sur 1 et sur tous les chiffres qui sont après 12.

On voit qu'il est possible de parier sur 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

Probabilité

On réalise l'expérience :

1 <sup>er</sup> lancer : $4+2 = 7$	2 <sup>ème</sup> lancer : $5+5 = 10$
3 <sup>ème</sup> lancer : $6+6 = 12$	4 <sup>ème</sup> lancer : $2+5 = 7$
5 <sup>ème</sup> lancer : $7+1 = 2$	6 <sup>ème</sup> lancer : $6+5 = 11$
7 <sup>ème</sup> lancer : $5+2 = 7$	8 <sup>ème</sup> lancer : $3+4 = 7$
9 <sup>ème</sup> lancer : $5+4 = 9$	10 <sup>ème</sup> lancer : $3+4 = 7$

Probabilité  $\frac{7}{12}$

On a une chance sur deux de tomber sur 7

Conclusion : il faut parier sur le nombre 7 pour avoir plus de chances de gagner.

C4 : réel souci de communiquer.  
Paragraphe / étapes, dessins.

C1 : expérience et problème compris.

C2 : calcul fréquence bien conduit  
 $5/10 = 1/2$ .

C3 : protocole construit, conclusion logique  
Problème sur raisonnement / nombre de tirages.

on jette 2 dés à faces.  
on ajoute les nombres obtenus, sur quel nombre faut-il pour  
avoir le plus de chance de gagner?

fait-il pour parier.

nombre des dés	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
Effectif	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	20
fréquence	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1	0,05	1
fréquence %	5	10	15	20	25	30	25	20	15	10	5	100

1) nombre de dés lancés : 5, 11, 7, 4, 3, 5, 5, 7, 2, 6, 8, 3, 5, 4  
5, 6, 6, 4, 5, 5

2) faut miser le nombre 5 car il y a 30% chance de réussir.

on a une chance sur 20 de l'avoir 5

C4 : communication difficile.

C1 : expérience et problème compris.

C2 : calcul fréquences et f en % bien conduits

C3 : protocole construit, conclusion logique  
Problème sur raisonnement / nombre de tirages.

« chance » ?

Veut-il dire : « sur 20 lancers on a le plus de chance d'avoir 5 » ?  
ou % compris mais fréquence / probabilité non ?

Nombre obtenu	Sources
1	1
2	2, 1+1
3	3, 2+1, 1+1+1
4	4, 3+1, 2+2, 1+1+2
5	5, 4+1, 3+2, 2+3, 1+4, 1+1+3
6	6, 5+1, 4+2, 3+3, 2+4, 1+5, 1+2+3

Sources	Nombre possible	de 0
2	1 pair	
3	2 pairs	
4	3 pairs	
5	4 pairs	
6	5 pairs	
7	6 pairs	
8	5 Pairs	
9	4 Pairs	
10	3 Pairs	
11	2 Pairs	
12	1 Pairs	

Conclusion de l'élève inscrite au dos de la feuille :  
C'est le nombre 7 qui sort plus de fois donc il faut parler du nombre 7 >>>

C4 : communication minimale à sa propre intention plutôt qu'à celle des autres.

C1 : expérience et problème compris.

C2 : calculs réduits à la notion d'effectif.

C3 : situation bien analysée, protocole construit, volonté de démontrer.

## L'échange argumenté autour des propositions élaborées

- moment de communication, de débat, d'argumentation au sein de la classe.

### L'enseignant a un rôle :

- de médiateur : la confrontation des points de vue doit être encadrée et fertile.
- d'expert : mettre en évidence d'éventuelles erreurs de raisonnement ou d'exécution non perçues, apporter des réponses aux questions qui demeurent.

## L'acquisition et la structuration des connaissances

- Moment de synthèse où l'enseignant avec l'aide des élèves fait le bilan des connaissances et procédures utiles à la résolution du problème.
  
- Dans le cadre d'une situation problème : formalisation de la nouvelle connaissance, notion ou procédure mise en place.

## La mobilisation des connaissances

- exercices visant l'acquisition de certains automatismes.
- exercices d'application, de réinvestissement, de consolidation.
- exercices de remédiation tenant compte des difficultés rencontrées par les élèves.

## Partie III

# Quelques exemples supplémentaires

Vous allez voir trois vidéos.

A partir de ces vidéos imaginez une question, un scénario qui amèneraient vos élèves à mettre en œuvre une démarche mathématique.

Vous préciserez bien sûr le niveau et le moment dans votre progression où vous pourriez utiliser cette activité.

Vidéo 1

Vidéo 2

Vidéo 3

<http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/prob-ouverts/problemes-en-video>

Vous allez voir des images.

A partir de ces images imaginez une question, un scénario qui amèneraient vos élèves à mettre en œuvre une démarche mathématique.

Vous préciserez bien sûr le niveau et le moment dans votre progression où vous pourriez utiliser cette activité.



Ressource : <http://webtice.ac-guyane.fr/Maths/spip.php?article292>

« les madeleines font un carton ! »



Ressource : <http://webtice.ac-guyane.fr/Maths/spip.php?article287>

Document ressource Histoire des Arts – « L'Alhambra, Grenade »

