

Extrait du programme

Construction de triangles et inégalité triangulaire	Construire un triangle connaissant : - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, - les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, - les longueurs des trois côtés.
---	--

Comment en rendre l'étude dynamique ?

élément de réponse : rechercher des **questions** à fort pouvoir **générateur** d'étude et de recherche et qui aient un rapport avec le thème d'étude !

Quelques questions génératrices :

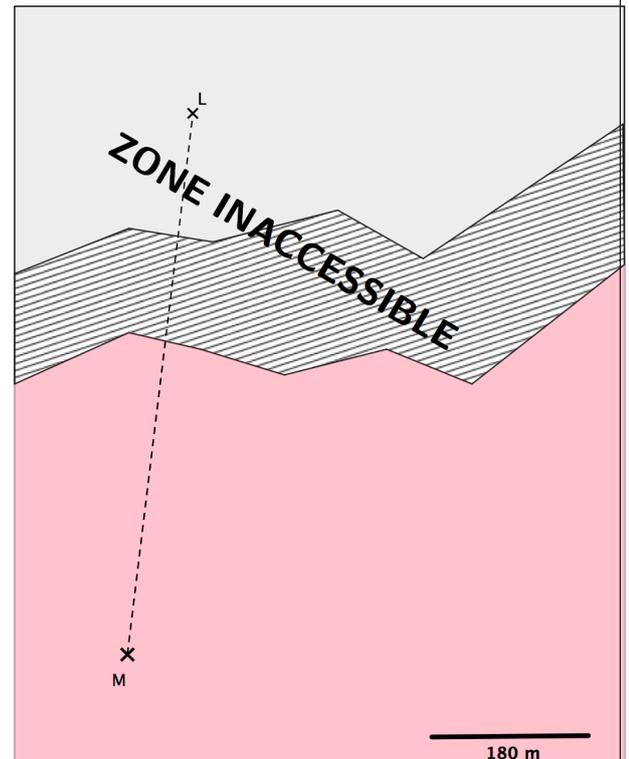
- Comment déterminer des grandeurs géométriques : longueurs, aires, volumes, angles ?
 - Comment déterminer la distance entre deux points dont l'un au moins est inaccessible ?
 - Comment déterminer l'aire d'une surface ?
- Comment construire une figure géométrique satisfaisant à des spécifications données ?

1^{ère} phase : question portant sur une détermination de distance inaccessible

Un géomètre topographe, souhaite déterminer la distance entre deux points M et L. L'un d'entre eux (point L), lui étant inaccessible.

Le géomètre peut opérer sur une partie représentée par la partie rosée : il peut mesurer des longueurs, des angles, il a pour cela des appareils pour le faire. En revanche, la partie grisée représente une rivière qu'il ne peut franchir ! Il doit cependant déterminer la distance entre les points M et L.

Sachant qu'on peut avec un appareil de visée, viser la direction du point L en se plaçant en M, déterminer la distance LM.



Ressources annexes

[Fichier GeoGebra professeur](#)

[Fichier GeoGebra élève](#)

2^{ème} phase : comment déterminer un triangle pour pouvoir en construire un superposable à un triangle donné ?

La technique de résolution avec construction d'un triangle superposable étant introduite, selon le principe de questionnement dynamique une deuxième question est posée :

« Comment déterminer un triangle ? »

Nous proposons aux élèves pour étudier cette question, la suite de tâches suivantes :

Q1 : Sur une feuille posée sur le bureau, j'ai dessiné un triangle dont les côtés mesurent 9,5 cm, 8 cm et 6,5 cm. Sans te déplacer, peux-tu trouver combien mesurent les angles de ce triangle ?

Cette question est traitée rapidement : les élèves comprennent le problème posé, tracent avec la règle et le compas le triangle demandé et sont convaincus de la superposabilité de toutes les figures de la classe. Ils effectuent les mesures des angles et ils peuvent vérifier leur construction grâce au calque du professeur.

Q2 : Sur une deuxième feuille posée sur le bureau, j'ai dessiné un triangle dont les angles mesurent 59° , 74° et 47° . Sans te déplacer, peux-tu trouver combien mesurent les côtés de ce triangle ?

Pour cette deuxième question, les élèves poursuivent le travail commencé à propos de la question Q1 et construisent un triangle connaissant ses trois angles. Certains se rendent compte très rapidement qu'il n'y aura pas superposabilité des figures – la longueur du premier segment tracé étant indéterminée – d'autres poursuivent méticuleusement leurs tracés.

En comparant les figures obtenues par deux voisins, il est facile de répondre que le triangle obtenu n'est pas unique et que, par conséquent, il n'est pas possible de donner les longueurs des côtés du triangle dessiné par le professeur.

Les élèves dessinent alors un deuxième triangle ayant les mêmes angles que le précédent mais « beaucoup plus grand ou beaucoup plus petit » que le premier tracé.

3^{ème} phase : Est-ce que 2, 3 ou 4 données suffisent pour déterminer un triangle ?

Q3 :

- Est-ce que 2 données suffisent pour déterminer un triangle ?
- Est-ce que 3 données suffisent pour déterminer un triangle ?
- Est-ce que 4 données suffisent pour déterminer un triangle ?

Avant de donner ces questions, le professeur avait conduit les élèves à remarquer qu'on peut effectuer six mesures dans un triangle et comme nous l'avons déjà dit que « déterminer un triangle » revient à caractériser le triangle de façon à obtenir, par construction, des triangles tous superposables.

Cette remarque pourrait donner lieu à une question cruciale que l'on pourrait tenter de faire vivre ultérieurement, dans une autre classe confrontée pour la première fois à ce même travail ; ce qui induirait peut-être les élèves à se poser eux mêmes les questions de la troisième consigne.

Le triangle de la question 1 étant « grand », un autre triangle est proposé par le professeur qui invite alors les élèves à choisir deux données afin de voir s'il est possible de construire un triangle superposable au triangle donné.

4^{ème} phase : l'inégalité triangulaire

Q4 : Étant donné trois nombres (qui représentent les mesures des longueurs de trois segments) peut-on toujours construire un triangle ?

Les élèves sont sollicités pour choisir un nombre décimal compris entre 0 et 12 et le professeur note (ce qui l'intéresse) au tableau afin de retenir trois triplets, par exemple,

- a) 2,6 ; 3 ; 9 b) 7,2 ; 10 ; 6 c) 8 ; 11 ; 3

Les élèves ne sont pas d'accord sur le cas c) même lorsque les nombres choisis sont des entiers, certains obtenant un triangle très aplati. Une visualisation à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique permet de convaincre assez facilement l'ensemble de la classe.

5^{ème} phase : La somme des angles du triangle

Les élèves doivent tracer un triangle quelconque, en mesurer les angles puis faire la somme des mesures obtenues. La comparaison des résultats montre que les sommes obtenues sont proches de 180° .

Q5 : Est-il possible de tracer un triangle dont la somme des angles est très différente de 180° ? Si oui, faire la construction ; si non expliquer pourquoi.

Comme pour l'inégalité triangulaire, un logiciel de géométrie dynamique permet de se rendre compte que pour de très nombreux triangles la somme des angles reste de 180° .

Il reste maintenant à prouver le résultat, il est difficile pour les élèves d'ajouter un élément sur la figure (une droite passant par l'un des sommets et parallèle au côté opposé) même si les élèves peuvent dire que 180° c'est un angle plat. En revanche lorsque cette droite est tracée, ils reconnaissent des angles alternes-internes et la démonstration est bien comprise.