



Rivières, fleuves, précipices ... sont autant d'obstacles que l'Homme a du apprendre à franchir au cours des siècles. Nous allons nous intéresser aux moyens qu'il a utilisés et mis au point dans ce but.

| | | |
|---------------------------|--|---|
| → V ^{ème} siècle | V ^{ème} – XV ^{ème} siècles | XV ^{ème} et XVI ^{ème} siècles |
| ANTIQUITE | MOYEN AGE | RENAISSANCE |

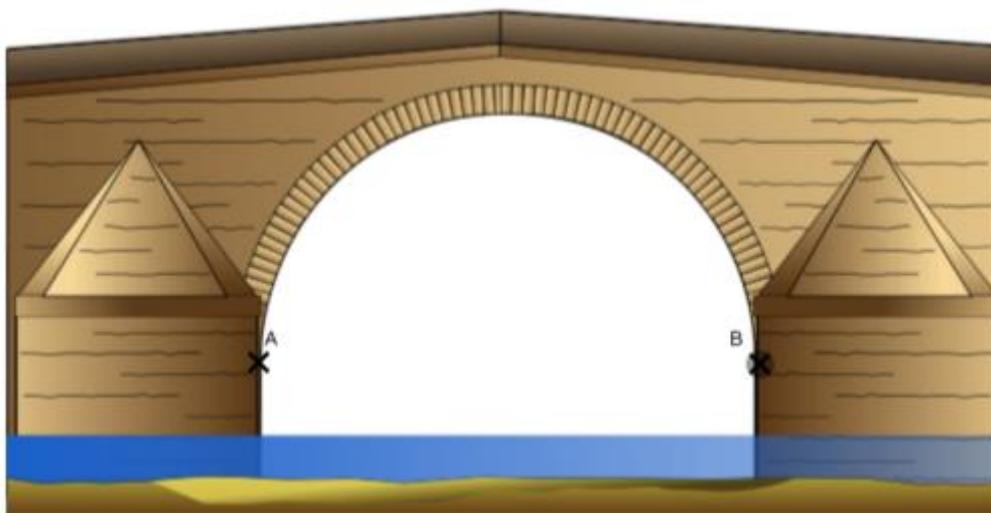
PARTIE A -Voûtes en plein cintre.

Depuis l'époque romaine (antiquité) les voûtes de pont sont construites « en plein cintre », c'est-à-dire qu'elles avaient la forme d'un demi-cercle comme sur le dessin ci-dessous.



Pont de San Nicolas de Burujelo – Pyrénées espagnoles.

1. Peux-tu déterminer sur le dessin le centre de ce demi-cercle ?



2. Cette technique présente cependant plusieurs désavantages.

- a. Tout d'abord la hauteur de la voûte n'est pas libre. Par exemple sur le dessin du 1., la voûte a une ouverture de 25 mètres ($AB = 25m$), quelle est alors obligatoirement la longueur de sa flèche ? Pourquoi ?

.....

.....

- b. Pour mieux comprendre, prenons l'exemple de la rivière ci-dessous. Réalise sur le schéma donné un pont en voûte en plein cintre permettant de franchir cette rivière. En tenant compte de l'échelle fournie : quelle devrait-être la longueur de la flèche ?

Echelle : $\frac{1}{1500}$



Calcul de la longueur de la flèche :

.....

.....

.....

- c. Bien sûr pour franchir un obstacle de largeur importante on peut réaliser un pont à plusieurs arches :



Pont de Gien, Loiret, France

Mais plusieurs désavantages persistent, d'après toi lesquels ?

.....

.....

.....

.....

| | | |
|---------------------------|--|---|
| → V ^{ème} siècle | V ^{ème} – XV ^{ème} siècles | XV ^{ème} et XVI ^{ème} siècles |
| ANTIQUITE | MOYEN AGE | RENAISSANCE |

PARTIE B – Pont et voûtes en arc de cercle.

Au moyen âge est mis au point la technique des voûtes en arc de cercle afin d’obtenir une voûte dont la hauteur est inférieure à la moitié de l’ouverture, et donc inférieure à celle d’une voûte en plein cintre.

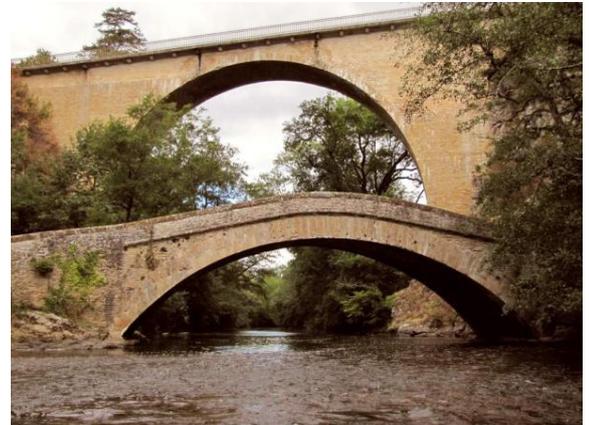
1. Quels sont d’après toi les avantages de cette technique ?

.....

.....

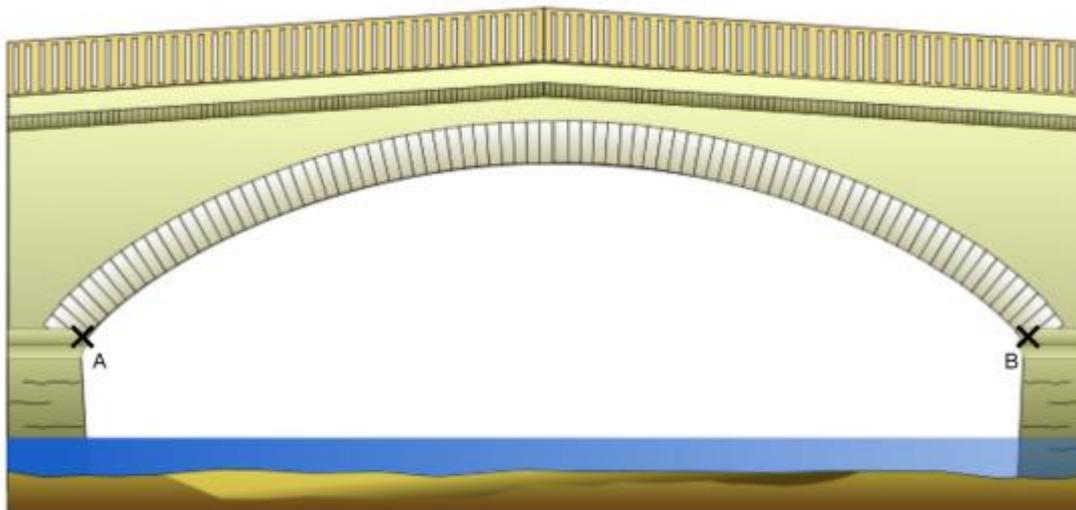
.....

.....



2. Peux-tu retrouver sur le dessin ci-dessous le centre de cet arc de cercle ?

Avant de le faire sur papier ci-dessous, tu peux utiliser le logiciel Géogebra et importer l’image nommée « voûte en arc de cercle », pour effectuer tes recherches.



| | | |
|---|--|---|
| → V ^{ème} siècle ANTIQUITE | V ^{ème} – XV ^{ème} siècles MOYEN AGE | XV ^{ème} et XVI ^{ème} siècles RENAISSANCE |
|---|--|---|

PARTIE C – Pont et voûtes en anse de panier.

A la renaissance, si les techniques des voûtes en plein cintre et en arc de cercle sont toujours employées, un nouveau type de voûtes apparaît : la voûte en anse de panier.

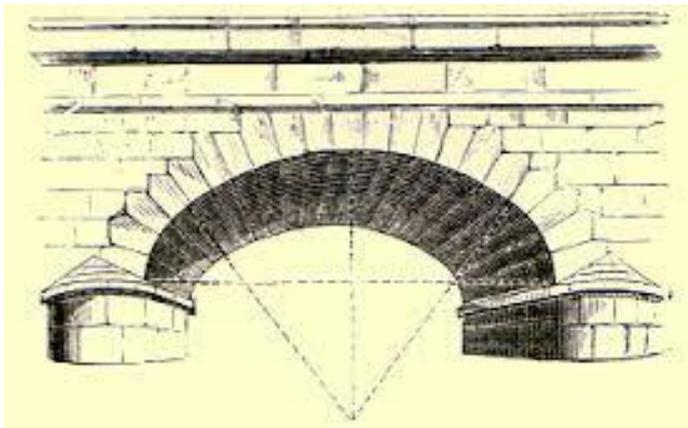
Outre des raisons esthétiques, le souci d'améliorer la circulation hydraulique (en particulier en cas de crue des rivières) a conduit à la mise au point de cette technique.



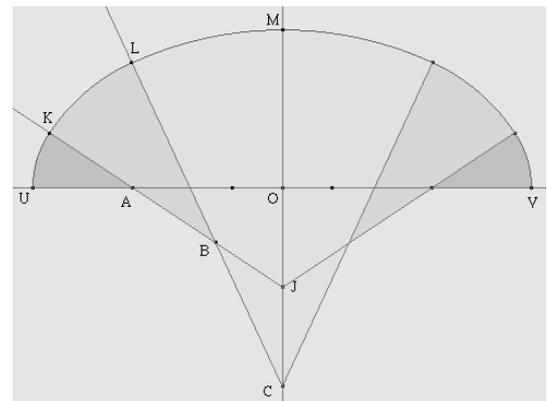
Pont Henri IV, Châtellerault, Vienne, France.

La voûte n'est plus composée d'un seul arc de cercle mais d'un nombre impair d'arcs de cercle.

Anse de panier à 3 arcs de cercle :



à 5 arcs de cercle :



Dans la suite de l'activité nous allons tout d'abord construire à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, une voûte en anse de panier, puis, à partir d'un cas concret, effectuer une série de calculs permettant de déterminer les principales dimensions de cette voûte.

« Marco Polo décrit un pont, pierre par pierre.

- Mais laquelle est la pierre qui soutient le pont ? demande Kublai Khan.
- Le pont n'est pas soutenu par telle ou telle pierre, répond Marco, mais par la ligne de l'arc qu'à elles toutes elles forment.

Kublai Khan reste silencieux, il réfléchit. Puis il ajoute :

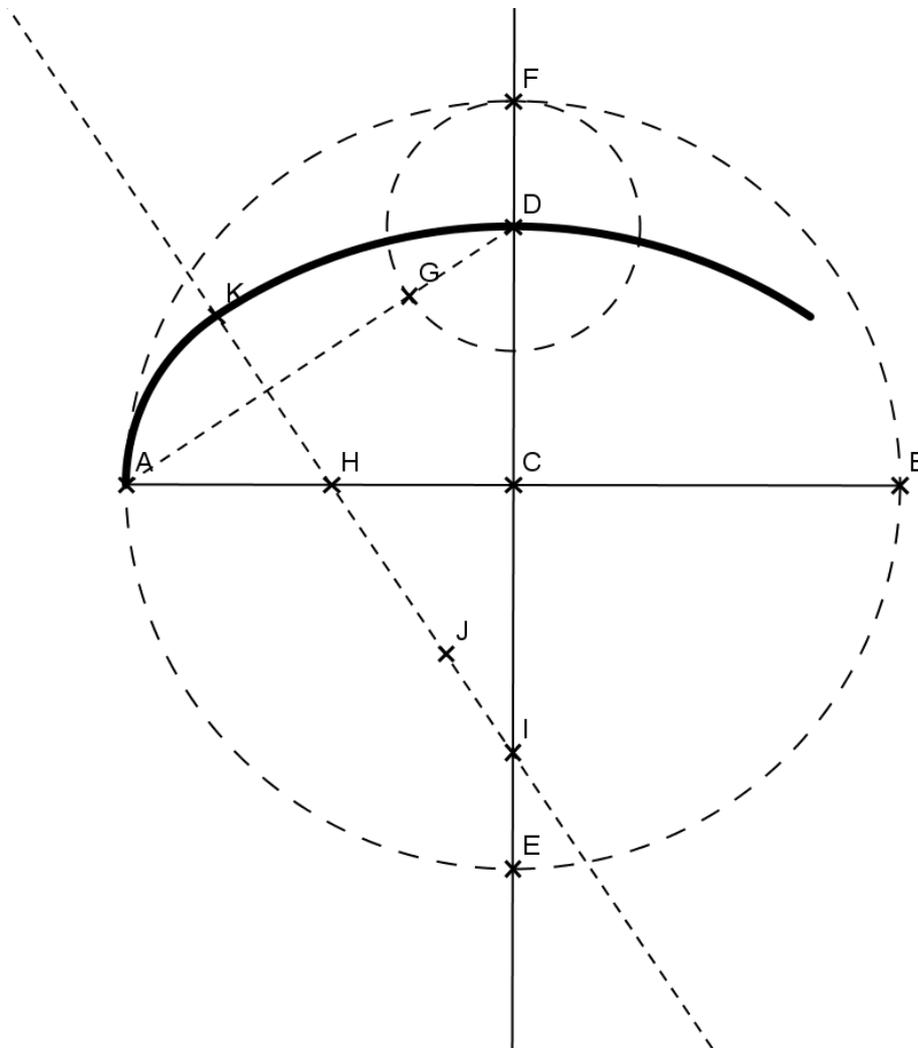
- Pourquoi me parles-tu des pierres ? C'est l'arc seul qui m'intéresse.

Polo répond :

- Sans pierres il n'y a pas d'arc. »

*Les villes invisibles – Italo Calvino
Editions du Seuil – 1974 pour la traduction française*

1. Une méthode de construction d'une voûte à anse de panier à 3 centres.



Données :

[AB] : ouverture de la voûte. AB libre.

C milieu de [AB]

[CD] : flèche. CD libre, inférieure à CA.

Début de tracé :

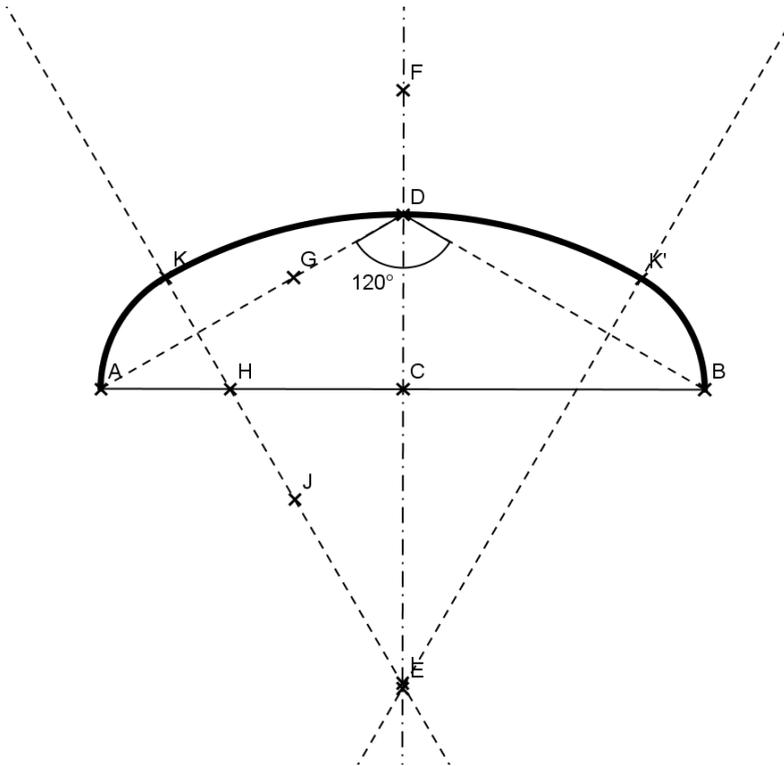
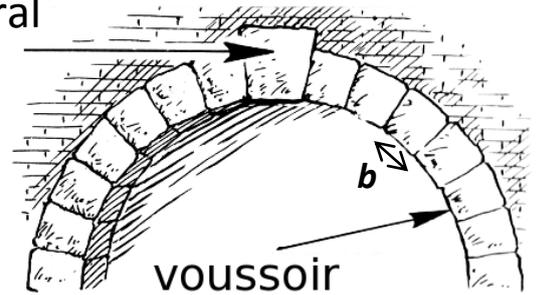
- a. Le cercle C_1 de diamètre [AB] coupe (CD) en F et en E.
- b. Le cercle C_2 de centre D et passant par F coupe le segment [AD] en G.
- c. La médiatrice du segment [AG] coupe [AB] en H et (CD) en I.
- d. Le premier arc de cercle de la voûte est donné par le cercle de centre H passant par A, le second arc de cercle est donné par le cercle de centre I passant par D. Ces deux arcs se coupent en K.

A toi maintenant d'achever la construction en traçant le troisième arc de cercle.

2. Etude d'un cas particulier.

La voûte en anse de panier ci-dessous doit être réalisée.

voussier central
clé de voûte



Données techniques :

Ouverture : 25 m

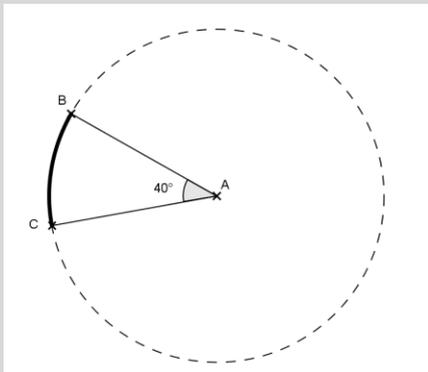
AH = 5,28 m

DE = 19,78 m

L'angle \widehat{ADB} mesure 120°

- Déterminer la longueur de la flèche [CD] de cette voûte.
- Pour construire la voûte on utilisera 71 voussoirs (clé de voûte comprise) ayant tous les mêmes dimensions. Quelle devra être, arrondie au mm, la largeur à la base b de chacun de ces voussoirs ?

Comment calculer la longueur d'un arc de cercle ?

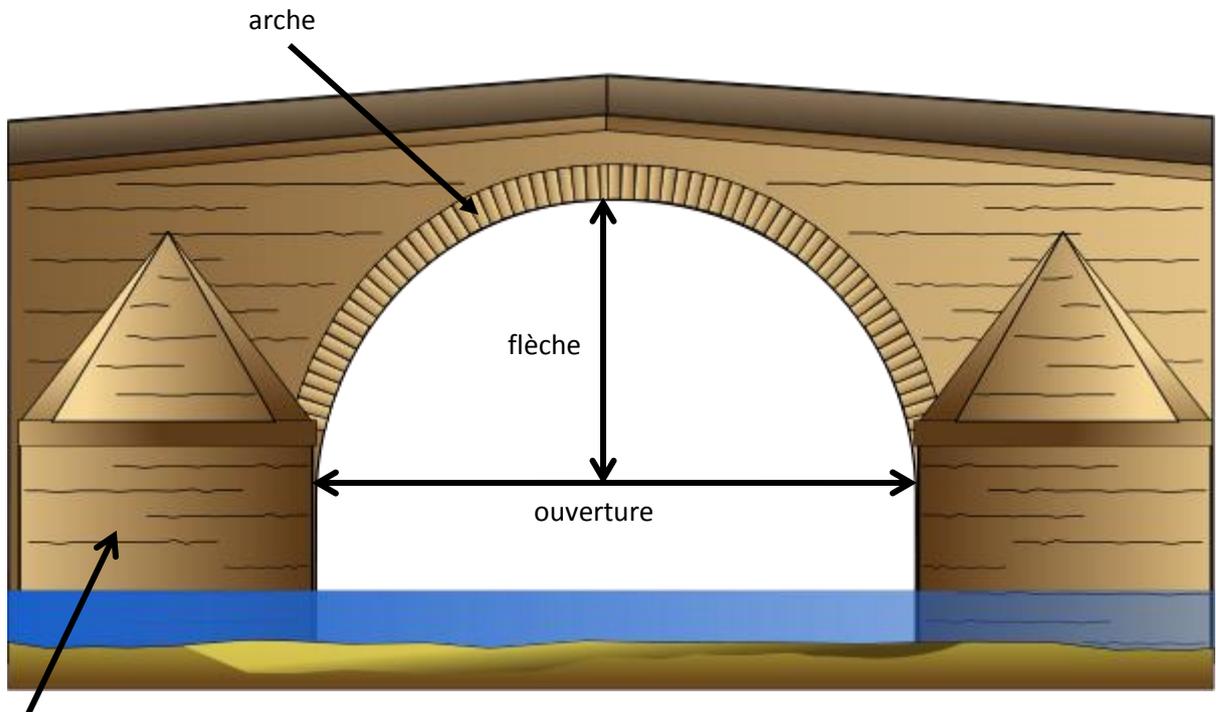


La longueur de l'arc de cercle \widehat{BC} est proportionnelle à la mesure de l'angle \widehat{BAC} .

| | | |
|--|-----|----|
| Mesure de l'angle \widehat{BAC} en degré | 360 | 40 |
| Longueur de l'arc \widehat{BC} | | |

ANNEXES

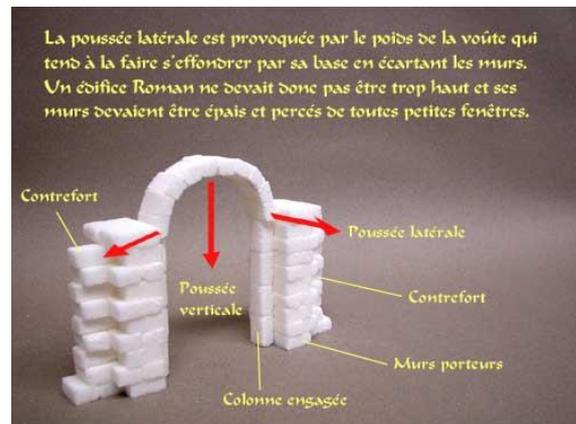
Vocabulaire utile :



Pile avec culée

Prolongements possibles :

Construire une voûte en plein cintre avec des morceaux de sucre, en partenariat avec le professeur d'Arts plastiques, d'Histoire ou de Technologie.



http://colleges.ac-rouen.fr/rimbaud/arts_plastiques/sucre.html

Ou comment étudier la solidité d'une telle structure (calcul de masses ...).



➤ **NIVEAU**

De la 6^{ème} à la 4^{ème} (selon parties)

➤ **TYPE D'ACTIVITÉS**

Problème ouvert

➤ **MODALITÉS**

Mode « fil rouge » alternant travail en classe et en temps libre, travail individuel et en groupe, sur papier et à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique (cf aide à la mise en œuvre).

➤ **DANS LES PROGRAMMES DES NIVEAUX VISES**

| NIVEAU | CONNAISSANCES | CAPACITÉS |
|----------------------------|---|---|
| Classe de 6 ^{ème} | <p>Géométrie</p> <p>Cercles.</p> <p>Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale).</p> <p>Grandeurs et Mesures</p> <p>Longueurs.</p> | <p>Savoir que, pour un cercle tout point qui appartient au cercle est à une même distance du centre.</p> <p>Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie.</p> <p>Connaître et utiliser la formule donnant la longueur d'un cercle.</p> |
| Classe de 5 ^{ème} | <p>Organisation et gestion de données</p> <p>Échelle.</p> <p>Géométrie</p> <p>Triangle, somme des angles d'un triangle.</p> <p>Cercle circonscrit à un triangle.</p> | <p><i>*utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin.</i></p> <p>Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.</p> <p>Construire le cercle circonscrit à un triangle.</p> |
| Classe de 4 ^{ème} | <p>Géométrie</p> <p><i>Triangle rectangle : cercle circonscrit.</i></p> <p>Tangente à un cercle.</p> <p>Triangle rectangle : théorème de Pythagore.</p> <p><i>Triangle rectangle : cosinus d'un angle.</i></p> | <p><i>Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.</i></p> <p><i>Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.</i></p> <p>Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.</p> <p><i>Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés adjacents.</i></p> |
| Classe de 3 ^{ème} | <p>Géométrie</p> <p>Triangle rectangle, relations trigonométriques.</p> | <p>Connaître et utiliser les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle.</p> |

➤ AIDE A LA MISE EN ŒUVRE

Ce document n'a aucune prétention en matière d'étude architectural : le vocabulaire proposé se réduit au strict minimum et un grand nombre de problèmes ne sont pas évoqués (en particulier les problèmes de portance, les contraintes de poussées ...).

Il s'inscrit en matière d'histoire des Arts dans le domaine **Arts de l'espace (architecture)** – et aborde les thématiques : **Arts, espace, temps** et **Arts, techniques, expression**.

Deux grandes périodes historiques sont essentiellement abordées même si les techniques décrites restent de nos jours employées.

6^e : de l'Antiquité au IX^e siècle

5^e : du IX^e à la fin du XVII^e siècle

Il peut être traité dans son intégralité selon un mode « fil rouge » sur plusieurs séances, voire plusieurs semaines à raison d'une séance hebdomadaire, ou n'être que partiellement repris : une partie constituant en elle-même une activité. Il peut être adapté ou complété afin de s'inscrire au mieux dans la progression de la classe.

Éléments de réponse et compléments.

Partie A

2. c.

- La hauteur des flèches induit des ouvrages imposants, lourds et coûteux en matériaux.
- Pour soutenir la voûte les piles elles aussi doivent être imposantes : elles peuvent atteindre une largeur égale à la moitié de l'ouverture de chaque voûte.
- La circulation hydraulique et bien sûr celle des bateaux sont gênées par ces ouvrages imposants.

Partie B

1. Diminution de la hauteur et allègement de la structure. Esthétisme (à noter que dans les édifices religieux le souci à la même époque sera inverse : élévation de la voûte tout en allégeant la structure – vers ogive – du roman au gothique. Cf programme de 5^{ème} histoire géographie).

2. Avec un logiciel de géométrie dynamique deux méthodes sont envisageables :

- Construction d'un cercle au hasard et ajustement par déplacements successifs du centre et du point (réalisable sur feuille au compas mais plus délicat).
- Utilisation des fonctionnalités « cercle passant par trois points » puis « milieu ou centre ».

Dans ce dernier cas l'intérêt du logiciel est de faire surgir l'idée d'un troisième point utile et de ramener la question à la construction sur feuille du cercle circonscrit à un triangle donné. Le logiciel remplit alors un rôle d'aide à la conjecture en induisant une stratégie de construction sans en livrer la procédure.

Partie C

Un des autres avantages de la structure en anse de panier est de proposer un arc d'extrémité tangent à une verticale (cf répartition des poussées et forces). Si la considération des tangentes est d'ailleurs absente de l'énoncé présenté, pour ne pas trop l'alourdir, elle peut être mise en jeu (programme de 4^{ème}) pour justifier du protocole de construction et en particulier vérifier que la tangente en K à l'arc \widehat{AK} est bien aussi tangente en K à l'arc central. De plus la discussion autour du nombre impair d'arcs peut faire surgir la symétrie axiale utile par la suite. En particulier la fin de construction en **C.1.** doit amener l'élève à utiliser cette symétrie avec efficacité plutôt que de reproduire le protocole de construction donné.

➤ ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

| C3 - PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE OU TECHNOLOGIQUE | CAPACITÉS SUSCEPTIBLES D'ÊTRE ÉVALUÉES EN SITUATION |
|---|---|
| <i>Rechercher, extraire et organiser l'information utile.</i> | <ul style="list-style-type: none"> - Extraire d'un document, d'un fait observé les informations utiles. - Distinguer ce qui est établi de ce qui est à prouver ou à réfuter. - Confronter l'information disponible à ses connaissances. - Reformuler, traduire, coder, décoder. |
| <i>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</i> | <ul style="list-style-type: none"> - Suivre un protocole, un programme de construction. - Mesurer : lire et estimer la précision d'une mesure. - Calculer, utiliser une formule. - Utiliser un instrument, une machine (logiciel de géométrie dynamique). |
| <i>Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.</i> | <ul style="list-style-type: none"> - Formuler un problème. - Comparer une situation à un modèle donné. - Proposer une méthode, un calcul ; faire des essais ; choisir, adapter une méthode, un protocole. - Exploiter les résultats, mettre en relation. |
| <i>Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.</i> | <ul style="list-style-type: none"> - Présenter sous une forme appropriée une situation, un questionnement, une conjecture, une démarche, un résultat au cours d'un débat, à l'oral et à l'écrit, par une représentation adaptée. |

Hors domaine de la compétence 3 :

| COMPÉTENCES | CAPACITÉS SUSCEPTIBLES D'ÊTRE ÉVALUÉES EN SITUATION |
|--|--|
| <i>C1- La maîtrise de la langue française</i> | <ul style="list-style-type: none"> - Participer à un débat, à un échange verbal |
| <i>C4- La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication (B2i)</i> | <ul style="list-style-type: none"> - C.1.2 – C.2.3 – C.3.2 – C.4.3 – C.4.5 |
| <i>C5- La culture humaniste</i> | <ul style="list-style-type: none"> - Avoir des connaissances et des repères relevant de la culture artistique |
| <i>C7- L'autonomie et l'initiative</i> | <ul style="list-style-type: none"> - Être autonome dans son travail : savoir l'organiser, le planifier, l'anticiper, rechercher et sélectionner des informations utiles. - Prendre des initiatives et des décisions. |