



RÉGION ACADÉMIQUE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION



Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Baccalauréat 2021

Les programmes de la spécialité mathématiques

De la voie générale



**ZOOM
SUR :**

**LA PARTIE
« PROBABILITES (ET STATISTIQUES) »**



Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités (et statistiques).

Première

- **Probabilités et statistiques**
 - Probabilités conditionnelles et indépendance
 - Variables aléatoires réelles

Terminale

- **Probabilités**
 - Succession d'épreuves indépendantes, schéma de Bernoulli
 - Sommes de variables aléatoires
 - Concentration, loi des grands nombres

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

INTENTIONS MAJEURES

1. Traiter des données statistiques.
2. Modéliser, simuler, interpréter.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

CYCLE 4

1. Traiter des données statistiques.

recueillir et organiser des données (utiliser un tableur-grapheur) sous forme de données brutes, de tableau, de diagramme, calculer des effectifs, des fréquences, calculer et interpréter des indicateurs de position (moyenne, médiane) ou de dispersion (étendue) d'une série statistique.

2. Modéliser, simuler, interpréter.

notions élémentaires de probabilité (expérience aléatoire, issue, événement, probabilité). Approche fréquentiste : stabilisation des fréquences à partir de simulations (répétition d'épreuves identiques et indépendantes), intuitions fondées sur l'équiprobabilité, calcul de probabilités dans des contextes faisant intervenir une ou deux épreuves.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

SECONDE

1. Traiter des données statistiques.

Consolider et prolonger le travail de cycle 4 par l'étude de situations multiplicatives (proportion de proportion, évolutions successives ou réciproques, distinguer pourcentage qui exprime une proportion ou une évolution). Introduction de la notion de moyenne pondérée et deux indicateurs de dispersion : écart interquartile et écart type.

Objectif : donner aux élèves outils et méthodes pour la fouille de données (« data mining »), parfois en quantité importante, et, particulièrement, de prendre en compte la variabilité.

Croisement de deux variables catégorielles :

- À partir de deux listes représentant deux caractères d'individus, déterminer un sous-ensemble d'individus répondant à un critère (filtre, utilisation des ET, OU, NON).
- Dresser le tableau croisé de deux variables catégorielles à partir du fichier des individus et calculer des fréquences conditionnelles ou marginales.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

SECONDE

2. Modéliser, simuler, interpréter.

En classe de seconde, on **formalise la notion de loi** (ou distribution) de probabilité dans le cas fini en s'appuyant sur le langage des ensembles et on précise les premiers éléments de calcul des probabilités. On insiste sur le fait qu'une loi de probabilité (par exemple une équiprobabilité) est une hypothèse du modèle choisi et ne se démontre pas.

Le choix du modèle peut résulter d'hypothèses implicites d'équiprobabilité (par exemple, lancers de pièces ou dés équilibrés, tirage au hasard dans une population) qu'il est recommandable d'explicitier ; il peut aussi résulter d'une application d'une version vulgarisée de la loi des grands nombres, où un modèle est construit à partir de fréquences observées pour un phénomène réel (par exemple : lancer de punaise, sexe d'un enfant à la naissance).

Dans tous les cas, on **distingue nettement le modèle probabiliste abstrait et la situation réelle.**

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

SECONDE

2. Modéliser, simuler, interpréter.

Echantillonnage en seconde.

- On introduit la notion d'échantillon aléatoire.
- On donne une version vulgarisée de la loi des grands nombres : « Lorsque n est grand, sauf exception, la fréquence observée est proche de la probabilité. »,
- On fait expérimenter avec Python la fluctuation d'échantillonnage.
- L'écart entre p et f est souvent inférieur à $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Exemple d'activité de simulation en seconde :

- Simuler N échantillons de taille n d'une expérience aléatoire à deux issues. Si p est la probabilité d'une issue et f sa fréquence observée dans un échantillon, calculer la proportion des cas où l'écart entre p et f est inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités (et statistiques) du collège au lycée général.

SPECIALITE DE PREMIERE

Modéliser, simuler, interpréter.

Comme en seconde, on distingue nettement modèle et réalité.

- Probabilités conditionnelles et indépendance

- Arbres pondérés

- Succession de deux épreuves indépendantes. Représentation par un arbre ou un tableau.

Remarque : lien avec l'inférence bayésienne (tests de dépistage, etc., enseignement optionnel de mathématiques complémentaires en terminale) à distinguer des tests d'hypothèse, hors programme, et des éléments liés à la prise de décision des programmes précédents.

- Variable aléatoire réelle

- Fonction définie sur l'univers et à valeurs réelles

- Loi d'une variable aléatoire.

- Espérance, variance, écart type.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

SPECIALITE DE PREMIERE

Modéliser, simuler, interpréter.

Echantillonnage en première.

- Le travail expérimental de simulation d'échantillons prolonge celui entrepris en seconde.
- Étudier sur des exemples la distance entre la moyenne d'un échantillon simulé de taille n d'une variable aléatoire et l'espérance de cette variable aléatoire.

Exemple d'activité de simulation en première :

- Simuler, avec Python ou un tableur, N échantillons de taille n d'une variable aléatoire, d'espérance μ et d'écart type σ . Si m désigne la moyenne d'un échantillon, calculer la proportion des cas où l'écart entre m et μ est inférieur ou égal à $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

SPECIALITE DE TERMINALE

Modéliser, simuler, interpréter.

- diversifier et approfondir les modèles probabilistes rencontrés,
 - rôle fondamental du schéma de Bernoulli,
 - approfondir l'étude des deux premiers indicateurs relatifs à une variable aléatoire, l'espérance et la variance, introduits en classe de première, dans le cadre des variables aléatoires finies.
- Succession d'épreuves indépendantes, schéma de Bernoulli
 - Modèle de la succession d'épreuves indépendantes
 - Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli.
 - Schéma de Bernoulli : répétition de n épreuves de Bernoulli indépendantes.
 - Loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$: loi du nombre de succès. Expression à l'aide des coefficients binomiaux.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

SPECIALITE DE TERMINALE

Modéliser, simuler, interpréter.

- Somme de variables aléatoires

- Somme de deux variables aléatoires. Linéarité.
- Dans le cadre de la succession d'épreuves indépendantes, exemples de variables indépendantes X, Y et additivité de la variance.
- Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.
- Échantillon d'une loi de probabilité. Espérance, variance, écart type de la somme et de la moyenne.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

SPECIALITE DE TERMINALE

Modéliser, simuler, interpréter.

- Concentration, loi des grands nombres
 - Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
 - Inégalité de concentration. « La moyenne d'un échantillon de grande taille d'une loi de probabilité est probablement proche de son espérance. »
 - Loi des grands nombres

L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev explicite le rôle de la variance comme indicateur de dispersion. Tous ces outils se conjuguent pour établir l'inégalité de concentration pour la moyenne d'un échantillon d'une variable aléatoire, qui justifie l'apparition du facteur $\frac{1}{\sqrt{n}}$ en théorie de l'estimation, aperçue expérimentalement en classe de seconde, et permet d'aboutir à la démonstration de la loi des grands nombres.

Spécialité en voie générale : présentation du programme Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

L'observation de la variabilité : un point fondamental des probabilités- statistiques

Quel outil ?

- ❑ Intervalle de fluctuation (ou intervalle de pari , ou intervalle de probabilité) : un intervalle qui doit contenir 95% des valeurs.
- ❑ Écart type : mesure de la dispersion d'une variable statistique (s) ou d'une variable aléatoire (σ)

Spécialité en voie générale : présentation du programme

Probabilités.

Le fil des probabilités et statistiques du collège au lycée général.

Variabilité, fluctuation, écart type : idées importantes

- ❑ On doit observer couramment des écarts supérieurs et des écarts inférieurs à l'écart type.
- ❑ Des écarts supérieurs à 2σ ou $2s$ sont rares : on les voit « normalement » dans environ 5% des cas. Bienaymé-Tchebychev entraîne qu'il y en a **toujours** au plus 25%.
- ❑ Pour la moyenne d'un échantillon de taille n d'une loi de probabilité, l'écart type est en $1/\sqrt{n}$. Lien avec l'expérimentation. Conséquences sur la loi des grands nombres.
- ❑ L'intervalle $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ peut jouer le rôle d'intervalle de fluctuation (de probabilité, de pari) : l'inégalité de Bienaymé Tchebychev montre que la probabilité de tomber dedans est **toujours** supérieure ou égale à 0,75; avec l'approximation normale (hors programme, mais constatée sur les expérimentations) , elle est voisine de 0,95.