



RÉGION ACADÉMIQUE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION



REPARTITIONS DE RICHESSES, INEGALITES



Ce zoom sur « répartition de richesses, inégalités » a pour objectifs :

- de rappeler l'importance accordées aux statistiques dans le programme de mathématiques complémentaires ;
- de mettre en évidence des liens entre les différents thèmes du programme ;
- de mettre en évidence des liens entre les thèmes du programme et les contenus ;
- de faire apparaître la progressivité des apprentissages et la différenciation qui peut être mise en œuvre.

Vers la courbe de Lorenz

Entreprise A

Salaire en €	1100	1250	1750	2500	4000	7500
effectif	50	20	10	8	7	5

Traitement statistique

Gestion de données

Statistique descriptive

Fréquences

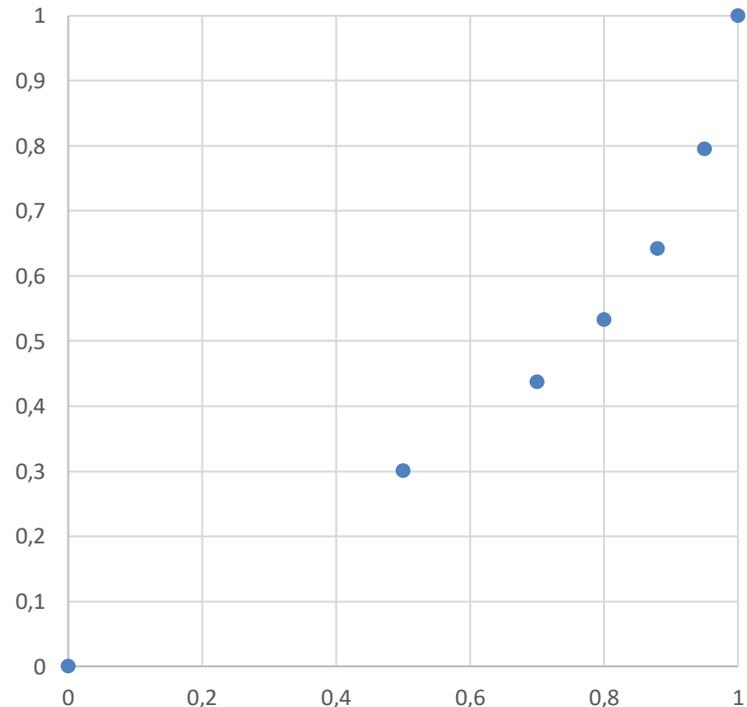
Cumuls

Outils numériques

Modéliser

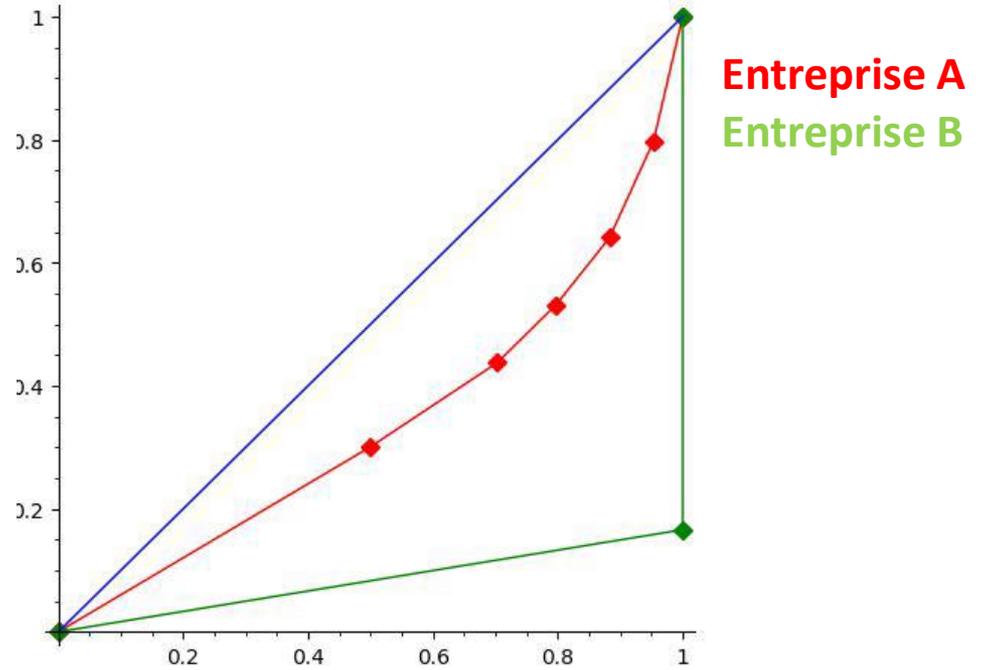
Représenter

Calculer



Interpréter - comparer

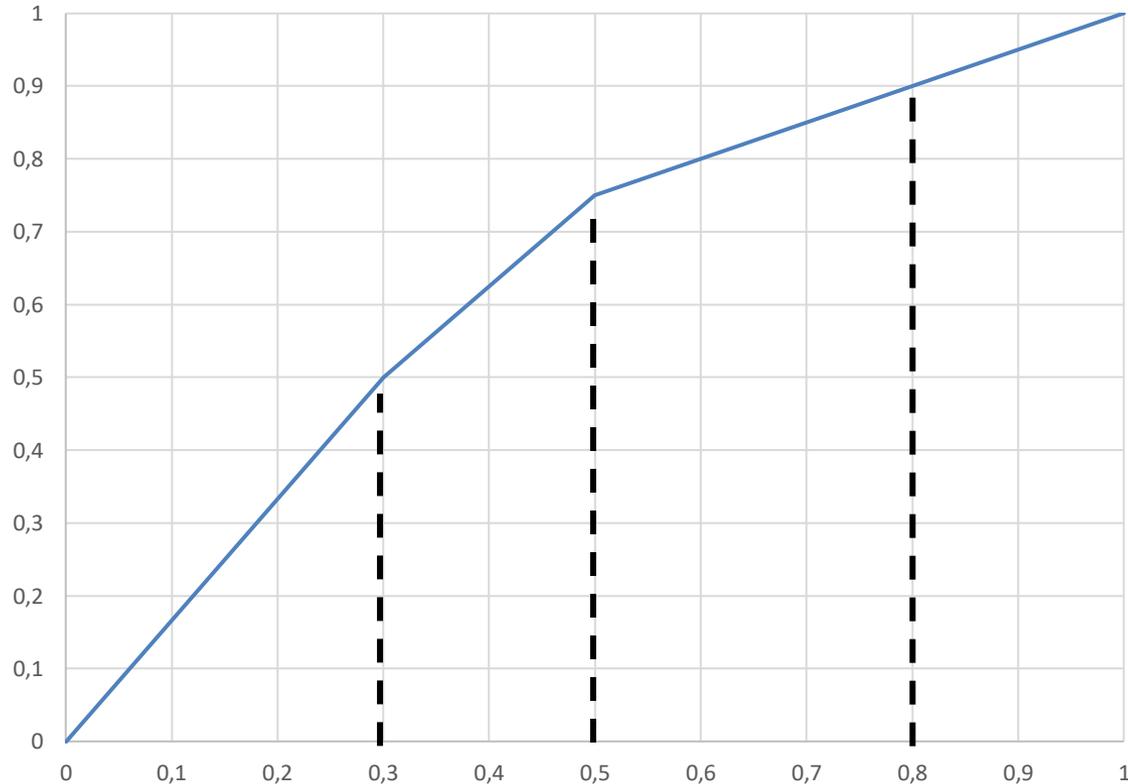
Vers la notion de convexité



Raisonner
Communiquer

Approche de la notion de convexité

Soit sur un exemple en s'interrogeant sur la possible existence d'une courbe concave :



Modéliser
Raisonner
Calculer

Approche de la notion de convexité

Et en retrouvant le tableau qui devrait correspondre :

p_i	0,3	0,5	0,8	1
q_i	0,5	0,75	0,9	1

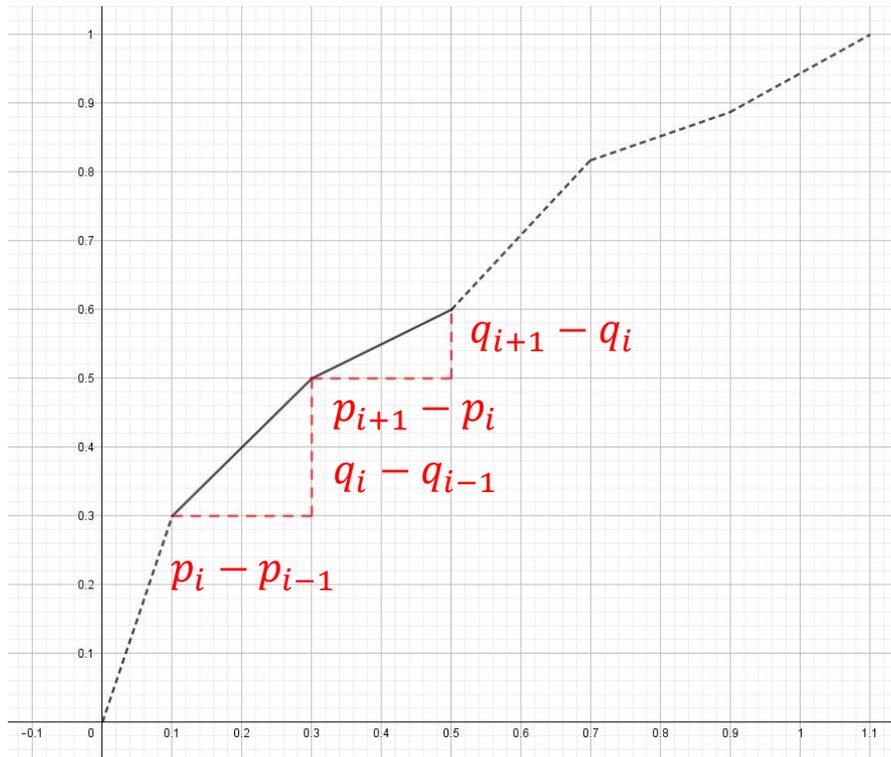
Avec $N=100$ et $\sum n_i x_i = 100\ 000$:

n_i	30	20	30	20
x_i	1666	1250	500	500

Et en concluant sur le non respect de la croissance des x_i

Approche de la notion de convexité

Soit avec une démonstration à l'aide d'un raisonnement par l'absurde par exemple :



Supposons qu'il existe i tel que :

$$\frac{q_{i+1} - q_i}{p_{i+1} - p_i} < \frac{q_i - q_{i-1}}{p_i - p_{i-1}}$$

$$x_{i+1} \frac{N}{\sum n_k x_k} < x_i \frac{N}{\sum n_k x_k}$$

Qui aboutit à la même contradiction sur l'ordre croissant des x_i .

Approche de la notion de convexité

Dans les deux cas un lien entre croissance des pentes (dérivée seconde) et convexité peut être interrogé et justifier un chapitre consacré à cette étude et qui peut suivre dans une progression :

« Modèles définis par une fonction d'une variable : convexité »

Indice de Gini

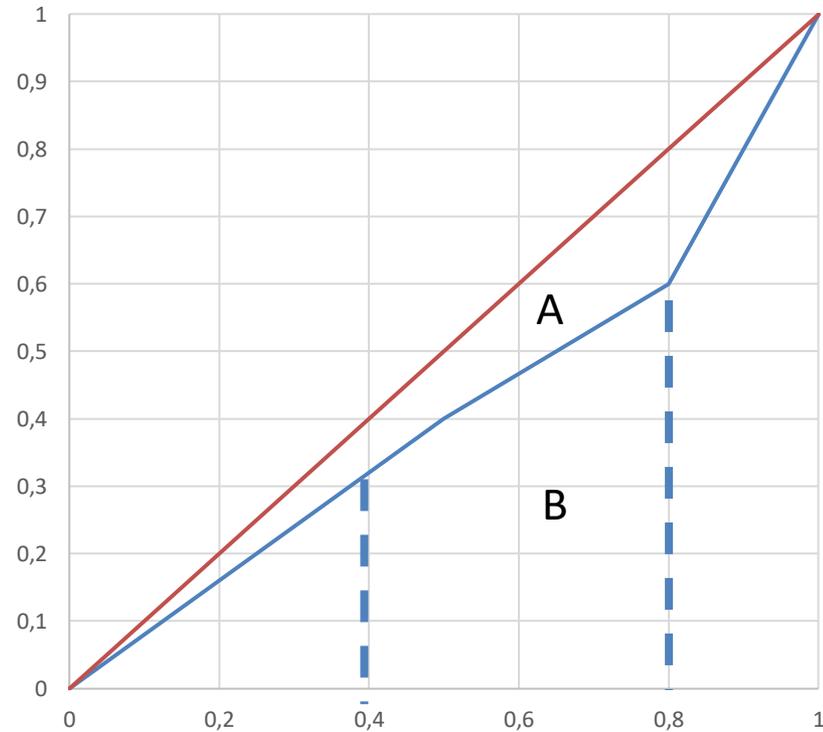
Recherche d'indicateur
numérique de comparaison.

Calcul littéral

$$\frac{A}{0,5} = 2A = 1 - 2B$$

Calcul d'aire : B

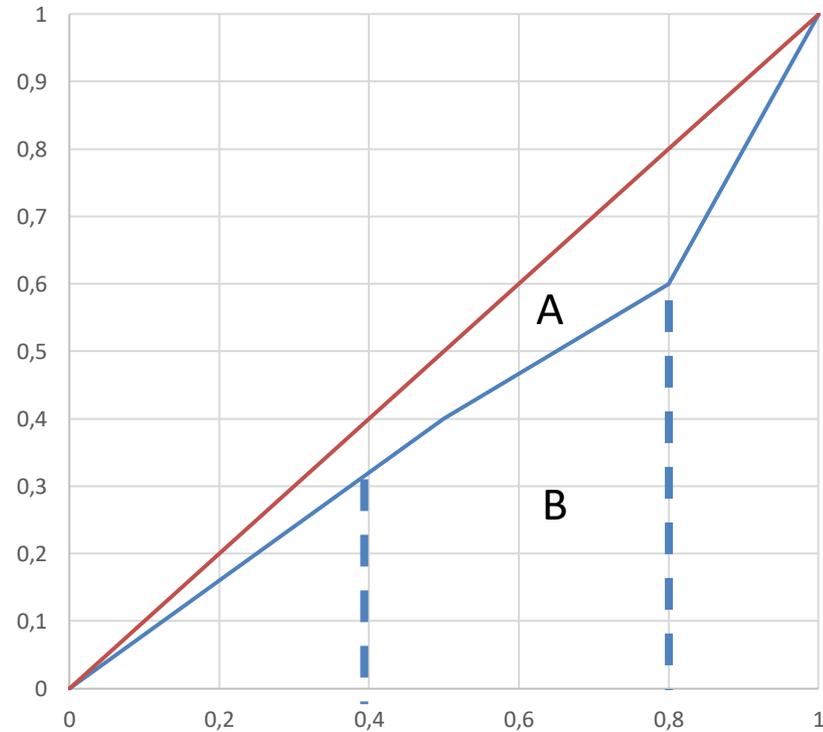
Raisonner
Calculer



Approche du calcul d'aire

Calcul d'aire sous une ligne polygonale : B
Vers le calcul intégral approché
(méthodes des trapèzes, des rectangles ...)

Représenter
Calculer



Approche du calcul d'aire

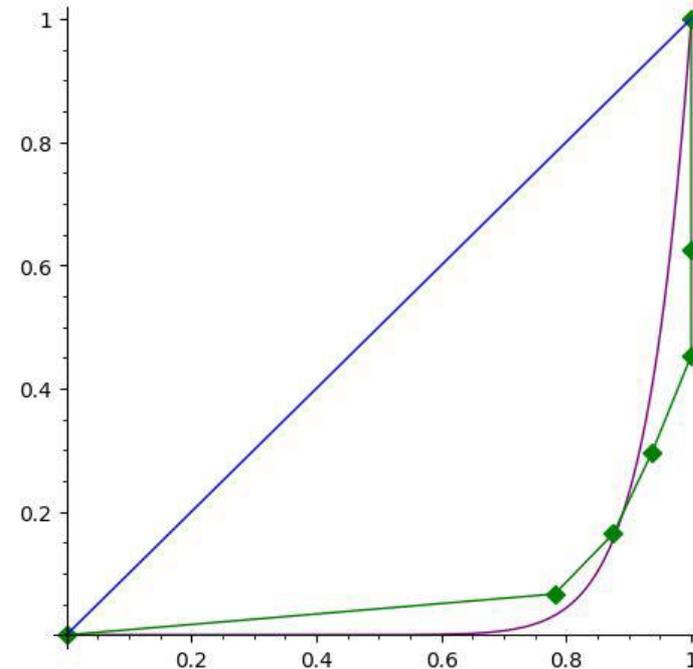
Là encore il s'agit de mettre en œuvre une procédure qui trouvera écho dans un des thèmes suivants mais aussi justifiera l'étude d'un contenu mathématiques :
« *Calcul d'aires* » : *Intégration, primitives.*

Lissage de la courbe de Lorenz

Dialogue discret continu.

Passage vers les fonctions des deux thématiques abordées :

- Convexité
- Calcul d'aire : vers le calcul intégral (par le calcul approché, l'estimation)



Modéliser

Calculer

Prolongements



THEME : MODÈLES DÉFINIS PAR UNE FONCTION D'UNE VARIABLE

*Fonctions convexes : dérivée seconde d'une fonction, fonction convexe sur un intervalle (définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes, équivalence admise, lorsque f est dérivable, avec la position par rapport aux tangentes). Caractérisation admise par la croissance de f' , la positivité de f'' .
Point d'inflexion.*



THEME : CALCULS D'AIRES

Intégration : calcul approché (méthodes des rectangles, des trapèzes, de Monte-Carlo)

Primitives

Intégration : calcul exact